

EJERCICIOS DE CARÁCTER ECONÓMICO DE INTEGRAL DEFINIDA

1. La formación neta de capital, $K(t)$, se produce de forma continua según la función $I(t) = \sqrt[3]{t} + 10$, donde t representa el tiempo. Teniendo en cuenta que $K'(t) = I(t)$ hallar el capital acumulado cuando $t = 27$.

Solución

$$K = \int_0^{27} I(t) dt = \int_0^{27} (\sqrt[3]{t} + 10) dt = \left[\frac{t^{4/3}}{4/3} + 10t \right]_0^{27} = \left[\frac{3}{4} t \sqrt[3]{t} + 10t \right]_0^{27} = \frac{243}{4} + 270 = 330'75$$

2. El coste marginal al producir q unidades de un producto viene dado por la función $CMg(q) = 12q^2 - 8q + 10$, calcular el incremento del coste al aumentar la producción de $q = 5$ hasta $q = 8$.

Solución

$$\Delta C = C(8) - C(5) = \int_5^8 (12q^2 - 8q + 10) dq = \left[4q^3 - 4q^2 + 10q \right]_5^8 = 4 \cdot 8^3 - 4 \cdot 8^2 + 10 \cdot 8 - (4 \cdot 5^3 - 4 \cdot 5^2 + 10 \cdot 5) = 1422$$

3. La formación neta de capital, $K(t)$, se produce de forma continua según la función $I(t) = 18t^{4/5}$, donde t representa el tiempo. Teniendo en cuenta que $K'(t) = I(t)$ hallar el incremento de capital que se produce entre el instante $t = 1$ y $t = 32$.

Solución

$$\Delta K = \int_1^{32} I(t) dt = \int_1^{32} 18t^{4/5} dt = \left[18 \frac{t^{9/5}}{9/5} \right]_1^{32} = \left[10 t \sqrt[5]{t^4} \right]_1^{32} = 32016 - 10 = 5120 - 10 = 5110$$