

Solución

Al estudiar la función $f(x) = \frac{30|1-x|}{(3-x)^3}$ se obtienen los siguientes resultados:

- 1) $D = \mathbf{R} - \{3\}$
- 2) La función f es continua en D y en el punto $x = 3$ presenta una discontinuidad no evitable.
La función f es derivable en $\mathbf{R} - \{1, 3\}$ y en el punto $x = 1$ hay un punto de pico.
- 3) La gráfica de $f(x)$ no es simétrica.
- 4) La función corta a los ejes de coordenadas en los puntos $(1, 0)$ y $(0, \frac{10}{9})$.
- 5) f es estrictamente creciente $(-\infty, 0)$, en $(1, 3)$ y en $(3, +\infty)$ y estrictamente decreciente en $(0, 1)$. Por tanto, en el punto $x = 0$ tiene un máximo relativo y en $x = 1$ un mínimo relativo.
- 6) La función es estrictamente convexa en $(-\infty, -1)$ y en $(1, 3)$ y estrictamente cóncava en $(-1, 1)$ y en $(3, +\infty)$. Por tanto, f tiene puntos de inflexión en $x = -1$ y $x = 1$.
- 7) La recta $x = 3$ es asíntota vertical de la función por la derecha y por la izquierda ya que $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = +\infty$ y $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -\infty$.
La recta $y = 0$ es asíntota horizontal de f cuando $x \rightarrow -\infty$ y cuando $x \rightarrow +\infty$.

La gráfica de la función $f(x) = \frac{30|1-x|}{(3-x)^3}$ es:

