

Solución

Al estudiar la función $f(x) = \frac{3x^2 - 12}{x^2 - 9}$ se obtienen los siguientes resultados:

- 1) $D = \mathbf{R} - \{-3, 3\}$.
- 2) La función f es continua y derivable en D . Los puntos $x = 3$ y $x = -3$ son puntos de discontinuidad no evitable y por tanto en ellos la función no es derivable.
- 3) La gráfica de $f(x)$ es simétrica respecto del eje OY .
- 4) Los puntos en los que f corta a los ejes son $\left(0, \frac{4}{3}\right)$, $(2, 0)$, $(-2, 0)$.
- 5) f es estrictamente creciente $(-\infty, 0)$ y estrictamente decreciente en $(0, +\infty)$ y por tanto en el punto $x = 0$ tiene un máximo relativo.
- 6) f es estrictamente convexa en $(-\infty, 3)$ y en $(3, +\infty)$ y estrictamente cóncava en $(-3, 3)$. No tiene puntos de inflexión.
- 7) La recta $x = 3$ es asíntota vertical de la función por la derecha y por la izquierda ya que $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -\infty$ y $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$.

La recta $x = -3$ es asíntota vertical de la función por la derecha y por la izquierda ya que $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = +\infty$ y $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = -\infty$.

La recta $y = 3$ es asíntota horizontal de f cuando $x \rightarrow +\infty$ y cuando $x \rightarrow -\infty$.

La gráfica de la función $f(x) = \frac{3x^2 - 12}{x^2 - 9}$ es:

