

Solución

Al estudiar la función $f(x) = xe^{-x}$ se obtienen los siguientes resultados:

1) $D = \mathbf{R}$

2) La función f es continua y derivable en \mathbf{R} .

3) La gráfica de $f(x)$ no es simétrica.

4) La función corta a los ejes de coordenadas en el punto $(0, 0)$.

5) f es estrictamente creciente $(-\infty, 1)$ y estrictamente decreciente en $(1, +\infty)$.

En el punto $x = 1$ tiene un máximo relativo que en la gráfica corresponde al punto $\left(1, \frac{1}{e}\right)$.

6) f es estrictamente cóncava en $(-\infty, 2)$ y estrictamente convexa en $(2, +\infty)$, por lo que el punto $x = 2$ es un punto de inflexión de f que en la gráfica corresponde al punto $\left(2, \frac{2}{e^2}\right)$.

7) La recta $y = 0$ es asíntota horizontal de f cuando $x \rightarrow +\infty$ y tiene una rama parabólica de eje OY cuando $x \rightarrow -\infty$.