Proposición (condición necesaria de punto de inflexión)

Si f es una función con derivada segunda continua en un punto x_o y f tiene en x_o un punto de inflexión, entonces $f''(x_o) = 0$.

Proposición (condición suficiente de punto de inflexión)

Si $f(x)$ es una función que tiene derivadas continuas hasta orden n en un punto $x_o \in D$ y $f''(x_o) = f'''(x_o) = \ldots = f^{(n-1)}(x_o) = 0, f^{(n)}(x_o) \neq 0$, entonces:

Si n es par y $\begin{cases} f^{(n)}(x_o) > 0 & \Rightarrow & f \text{ es estrictamente convexa en } x_o \\ f^{(n)}(x_o) < 0 & \Rightarrow & f \text{ es estrictamente cóncava en } x_o \end{cases}$

S*i n es impar $\Rightarrow$ x_o es un punto de inflexión de f*

Ejemplo 6: Hallar los puntos de inflexión de la función $f(x) = -2x^5 + 7x - 1$

Se calcula la derivada de segundo orden, $f''(x) = -40x^3$ que únicamente se anula en $x = 0$.

Hallando la derivada tercera queda $f'''(x) = -120x^2$ cuyo valor en el punto $x = 0$ es $f'''(0) = 0$ **.** Al ser cero esta derivada se calculan las derivadas siguientes en $x = 0$ hasta encontrar la primera que no se anule, obteniéndose:

$$f^{(4)}(x) = -240x \text{ cuyo valor en } x = 0 \text{ es } f^{(4)}(0) = 0$$

$$f^{(5)}(x) = -240 \text{ cuyo valor en } x = 0 \text{ es } f^{(5)}(0) = -240 \neq 0$$

Como la primera derivada no nula en $x = 0$ es de orden impar, $n = 5$, se concluye que $x = 0$ es punto de inflexión de f.