Autoras: Gloria Jarne, Esperanza Minguillón, Trinidad Zabal

4. Calcular los límites laterales de las siguientes funciones en los puntos que se indican:

a) $f(x) = \dfrac{5x+2}{x^2-1}$ en $x = 1$ **b)** $f(x) = \dfrac{-3}{1+e^{1/x-1}}$ en $x = 1$

c) $f(x) = e^{1/|x|}$ en $x = 0$ **d)** $f(x) = 3^{1/x}$ en $x = 0$

Solución

a) Como al sustituir $x = 1$ en el polinomio del denominador, éste se anula, vamos a factorizarlo para separar el factor (x – 1) quedando $f(x) = \dfrac{5x+2}{x^2-1} = \dfrac{5x+2}{(x-1)(x+1)}$.

Para calcular los límites laterales se utiliza notación simbólica quedando:

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{5x+2}{x^2-1} = \lim_{x\to 1^+} \frac{5x+2}{(x-1)(x+1)} = \frac{7}{0^+.2} = \frac{7}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{5x+2}{x^2-1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{5x+2}{(x-1)(x+1)} = \frac{7}{0^-.2} = \frac{7}{0^-} = -\infty$$

b) $$\lim_{x\to 1^+} \frac{-3}{1+e^{\frac{1}{x-1}}} = \frac{-3}{1+e^{\frac{1}{0^+}}} = \frac{-3}{1+e^{+\infty}} = \frac{-3}{1+\infty} = \frac{-3}{+\infty} = 0$$

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{-3}{1+e^{\frac{1}{x-1}}} = \frac{-3}{1+e^{\frac{1}{0^-}}} = \frac{-3}{1+e^{-\infty}} = \frac{-3}{1+0} = \frac{-3}{1} = -3$$

c) Para calcular este límite hay que recordar la definición de valor absoluto: $|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$.

Así, los límites laterales quedan

$$\lim_{x\to 0^+} e^{1/|x|} = \lim_{x\to 0^+} e^{1/x} = e^{1/0^+} = e^{+\infty} = +\infty$$

$$\lim_{x\to 0^-} e^{1/|x|} = \lim_{x\to 0^-} e^{1/-x} = e^{1/0^+} = e^{+\infty} = +\infty$$

d) $$\lim_{x\to 0^+} 3^{1/x} == 3^{1/0^+} = 3^{+\infty} = +\infty$$

$$\lim_{x\to 0^-} 3^{1/x} == 3^{1/0^-} = 3^{-\infty} = \frac{1}{3^{+\infty}} = \frac{1}{+\infty} = 0$$