TIPOS DE FUNCIONES

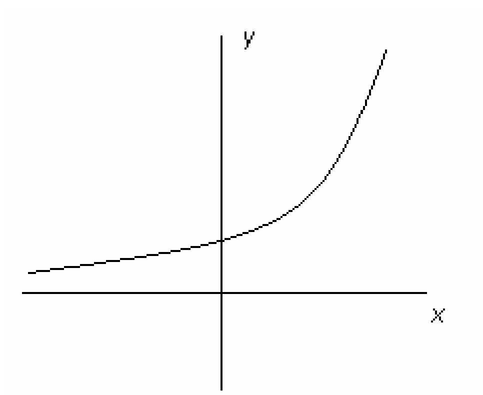
- Una función $f(x)$ se dice:

  Función **creciente** en un intervalo $I \subseteq D$ si para cualquier par de puntos $x_1, x_2 \in I$, tales que $x_1 < x_2$ se verifica $f(x_1) \leq f(x_2)$.

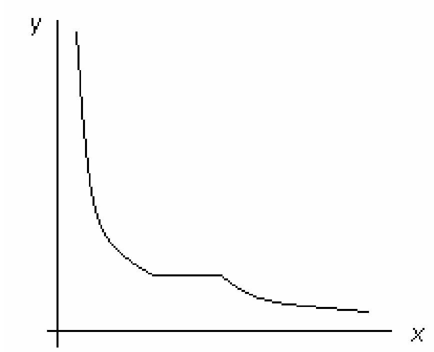
  Función **estrictamente creciente** en un intervalo $I \subseteq D$ si para cualquier par de puntos $x_1, x_2 \in I$, tales que $x_1 < x_2$ se verifica $f(x_1) < f(x_2)$.

  Función **decreciente** en un intervalo $I \subseteq D$ si para cualquier par de puntos $x_1, x_2 \in I$, tales que $x_1 < x_2$ se verifica $f(x_1) \geq f(x_2)$.

  Función **estrictamente decreciente** en un intervalo $I \subseteq D$ si para cualquier par de puntos $x_1, x_2 \in I$, tales que $x_1 < x_2$ se verifica $f(x_1) > f(x_2)$.



Función estrictamente creciente en R



Función decreciente, pero no estrictamente decreciente en $(0, +\infty)$

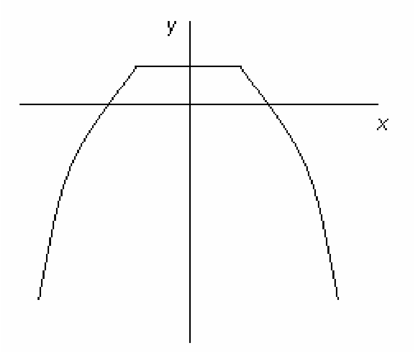
- Una función $f(x)$ se dice:

  Función **cóncava** en un intervalo $I \subseteq D$, si dados dos puntos cualesquiera $x_1, x_2 \in I$ el segmento que une los puntos $(x_1, f(x_1))$ y $(x_2, f(x_2))$ nunca se sitúa por encima de la gráfica.

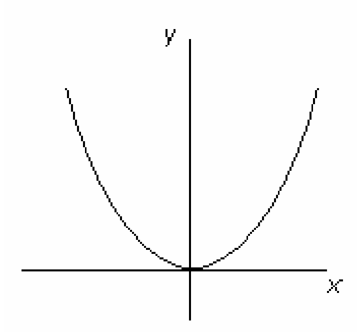
  Función **estrictamente cóncava** en un intervalo $I \subseteq D$, si dados dos puntos cualesquiera $x_1, x_2 \in I$, el segmento que une los puntos $(x_1, f(x_1))$ y $(x_2, f(x_2))$ se sitúa por debajo de la gráfica.

  Función **convexa** en un intervalo $I \subseteq D$, si dados dos puntos cualesquiera $x_1, x_2 \in I$ el segmento que une los puntos $(x_1, f(x_1))$ y $(x_2, f(x_2))$ nunca se sitúa por debajo de la gráfica.

  Función **estrictamente convexa** en un intervalo $I \subseteq D$, si dados dos puntos cualesquiera $x_1, x_2 \in I$, el segmento que une los puntos $(x_1, f(x_1))$ y $(x_2, f(x_2))$ se sitúa por encima de la gráfica.



Función cóncava pero no estrictamente cóncava en R



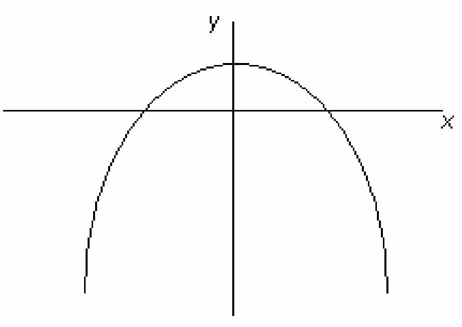
Función estrictamente convexa en R

- Una función $f(x)$ se dice:

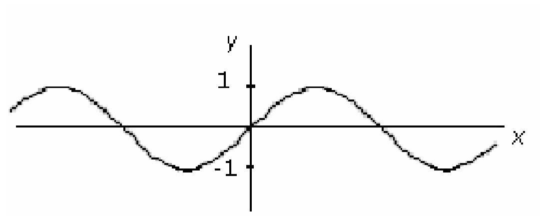
  Función **acotada superiormente** si existe un número $M > 0$ cumpliendo que para cualquier valor x de D se verifica $f(x) \leq M$.

  Función **acotada inferiormente** si existe un número $m > 0$ cumpliendo que para cualquier valor x de D se verifica $f(x) \geq m$.

  Función **acotada** si está acotada inferior y superiormente. Es decir, si existe un número K tal que para cualquier valor x de D, $|f(x)| \leq K$, o equivalentemente, $-K \leq f(x) \leq K$.



Función acotada superiormente y no acotada inferiormente en R



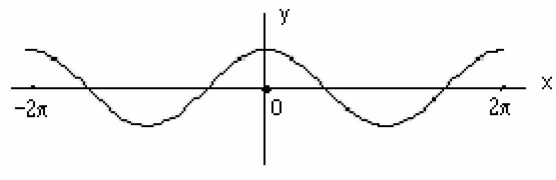
Función acotada superiormente por 1 y acotada inferiormente por -1

- Una función $f(x)$ se dice:

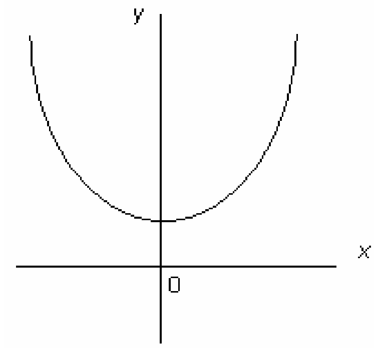
  Función **par** si para cualquier valor x de D se cumple $f(-x) = f(x)$. En este caso, la gráfica de la función es simétrica respecto del eje OY.

  Función **impar** si para cualquier valor x de D se cumple $f(-x) = -f(x)$. En este caso, la gráfica de la función es simétrica respecto del origen.

  Función **periódica** si existe un número $M > 0$ cumpliendo que para cualquier valor x de D se verifica $f(x+M) = f(x)$.



Función periódica de periodo 2π



Función par

Ejemplo 4: Observando la gráfica de la función $f(x) = x^3$ que se muestra a continuación, se tiene que $f(x)$ es estrictamente creciente en R, estrictamente cóncava en $(-\infty, 0)$, estrictamente convexa en $(0, +\infty)$, no está acotada superior ni inferiormente y es impar, ya que $f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$.