6. Estudiar según los valores de *a* si el siguiente sistema es de Cramer y calcula en estos casos su solución. $\left.\begin{array}{r} 2x - y + 4z = 3 \\ 5x - y + az = 10 \\ x + y + 3z = 4 \end{array}\right\}$

Solución

Como el número de ecuaciones del sistema coincide con el de incógnitas, será un sistema de Cramer si $|A| \neq 0$.

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 5 & -1 & a \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = -6 - a + 20 + 4 - 2a + 15 = -3a + 33 = -3(a - 11)$$

Por lo tanto, si $a \neq 11 \Rightarrow |A| \neq 0$ y el sistema es un sistema de Cramer y por ello compatible determinado, es decir, con solución única para cada valor de *a* distinto de 11.

Para resolverlo utilizaremos la regla de Cramer.

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 10 & -1 & a \\ 4 & 1 & 3 \end{vmatrix}}{-3(a-11)} = \frac{-9 - 4a + 40 + 16 - 3a + 30}{-3(a-11)} = \frac{-7a + 77}{-3(a-11)} = \frac{-7(a-11)}{-3(a-11)} = \frac{7}{3}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 10 & a \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}}{-3(a-11)} = \frac{60 + 3a + 80 - 40 - 8a - 45}{-3(a-11)} = \frac{-5a + 55}{-3(a-11)} = \frac{-5(a-11)}{-3(a-11)} = \frac{5}{3}$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 5 & -1 & 10 \\ 1 & 1 & 4 \end{vmatrix}}{-3(a-11)} = \frac{-8 - 10 + 15 + 3 - 20 + 20}{-3(a-11)} = \frac{0}{-3(a-11)} = 0$$

Observar que en este caso el valor de *x*, *y*, *z* es independiente de *a*.