SISTEMAS DE *M* ECUACIONES CON *N* INCÓGNITAS

Los métodos de resolución de sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas del apartado anterior se pueden extender a sistemas con un mayor número de ecuaciones y de incógnitas, procediendo de forma similar. A continuación se plantean algunos ejemplos.

Ejemplo 7: Resolver el sistema $\begin{cases} x+y+z=1 \\ 3x-y+z=2 \\ y-z=-1 \end{cases}$ por el método de igualación.

Para ello, se despeja una variable, por ejemplo *y*, de las tres ecuaciones del sistema quedando $\begin{cases} y=1-x-z \\ y=3x+z-2 \\ y=z-1 \end{cases}$

Igualando dos a dos se obtiene $\begin{cases} 1-x-z=3x+z-2 \\ 1-x-z=z-1 \\ 3x+z-2=z-1 \end{cases}$

De esta manera se ha reducido el número de incógnitas del sistema a dos y escribiendo las incógnitas en un miembro y los términos independientes en otro, queda el sistema $\begin{cases} 4x+2z=3 \\ x+2z=2 \\ 3x=1 \end{cases}$

Despejando *x* de la tercera ecuación se obtiene $x=\frac{1}{3}$ y sustituyendo en la primera queda $\frac{4}{3}+2z=3$, luego $z=\frac{3-\frac{4}{3}}{2}=\frac{5}{6}$.

Además, es necesario comprobar que los valores $x=\frac{1}{3}$ y $z=\frac{5}{6}$ también verifican la segunda ecuación, ya que en caso contrario el sistema no tendría solución. En efecto, en este caso se verifica la igualdad ya que $\frac{1}{3}+2\frac{5}{6}=2$.

Para hallar *y* basta sustituir estos resultados en cualquiera de las ecuaciones en las que aparece despejada, por ejemplo en la tercera, $y=\frac{5}{6}-1=-\frac{1}{6}$.

Por tanto, la solución del sistema es $x=\frac{1}{3}$, $y=-\frac{1}{6}$, $z=\frac{5}{6}$.

Ejemplo 8: Resolver el sistema no lineal $\begin{cases} y-x^2-1=0 \\ x+y+z-1=0 \\ 2x-z=0 \end{cases}$ por el método de sustitución.

Para resolver este sistema por el método de sustitución se elige una variable que se pueda despejar fácilmente, por ejemplo la *y* de la primera ecuación, quedando $y=1+x^2$, y se sustituye en el resto de ecuaciones obteniéndose un sistema con una ecuación y una incógnita menos que el sistema inicial $\begin{cases} x+1+x^2+z-1=0 \\ 2x-z=0 \end{cases}$, es decir, $\begin{cases} x^2+x+z=0 \\ 2x-z=0 \end{cases}$.

Despejando otra de las variables, por ejemplo la *z* de la segunda ecuación se obtiene $z=2x$.

Sustituyendo en la primera queda $x^2+x+2x=0$, es decir, $x^2+3x=0$.

Resolviendo esta última ecuación se obtiene $x=0$, $x=-3$.

Para cada uno de los anteriores valores de *x*, hallamos los respectivos valores de *y* y de *z* sustituyendo en las correspondientes igualdades:

$$x=0 \Rightarrow y=1+0^2=1,\ z=2.0=0$$

$$x=-3 \Rightarrow y=1+(-3)^2=10,\ z=2.(-3)=-6$$

Por tanto, las soluciones del sistema son (0, 1, 0) y (-3, 10, -6).

Ejemplo 9: Resolver el sistema no polinómico $\begin{cases} y+z=6 \\ e^x+y=5 \\ z+e^x=3 \end{cases}$ por el método de reducción.

Restando la segunda y la tercera ecuación se obtiene $y-z=2$.

Uniendo este resultado con la primera ecuación nos da el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas $\begin{cases} y+z=6 \\ y-z=2 \end{cases}$.

Sumando sus dos ecuaciones se tiene $2y=8$, es decir, $y=4$.

Sustituyendo este valor en una cualquiera de las ecuaciones del sistema $\begin{cases} y+z=6 \\ y-z=2 \end{cases}$, por ejemplo en $y-z=2$, se obtiene $z=2$.

Para hallar x se sustituyen estos valores en una de las ecuaciones del sistema inicial en la que aparece esta incógnita, por ejemplo en $e^x+y=5$, quedando $e^x=1$, de donde se deduce $x=0$.

Por tanto la solución del sistema es $x = 0$, $y = 4$, $z = 2$.