

EJERCICIOS DE CARÁCTER ECONÓMICO DE SISTEMAS DE ECUACIONES

1. Calcular el precio de la entrada de niño y de adulto a un parque temático, sabiendo que ayer se recaudaron 22.000 euros por 440 entradas de adulto y 400 de niño. Además se sabe que el año pasado se recaudaron en un día 17.400 euros por 400 entradas de adulto y 330 de niño y que el precio de una entrada de adulto era un 10% más barata que este año y que una de niño es este año un 10% más cara que el año pasado.

Solución

Sean $x =$ precio actual de la entrada de un adulto e $y =$ precio actual de la entrada de un niño.

Teniendo en cuenta la recaudación de ayer se tiene que verificar $440x + 400y = 22000$.

Por otra parte, analizando los precios del año pasado se tiene:

- una entrada de adulto costaba $x - \frac{10}{100}x = \frac{9}{10}x$

- si una entrada de niño costaba z se cumple:

$$z + \frac{10}{100}z = y, \text{ de donde } \frac{11}{10}z = y, \text{ es decir, } z = \frac{10}{11}y$$

Teniendo en cuenta la recaudación de un día del año pasado se verifica:

$$400 \cdot \frac{9}{10}x + 330 \cdot \frac{10}{11}y = 17400$$

Así, el sistema a resolver es $\begin{cases} 440x + 400y = 22000 \\ 400 \cdot \frac{9}{10}x + 330 \cdot \frac{10}{11}y = 17400 \end{cases}$ y simplificando $\begin{cases} 11x + 10y = 550 \\ 6x + 5y = 290 \end{cases}$.

Para calcular su solución lo haremos por el método de reducción. Para ello se suma, la primera ecuación multiplicada por 6 y la segunda por -11 quedando $5y = 110$, es decir, $y = 22$.

Sustituyendo este valor en una cualquiera de las ecuaciones del sistema, por ejemplo en $6x + 5y = 290$, se obtiene $6x + 5 \cdot 22 = 290$ y despejando x , $x = 30$.

Por tanto, el precio actual de las entradas de adulto y de niño es 30 y 22 euros respectivamente.

2. Tres amigos, Pedro, Luis y Pablo, deciden asociarse para montar una empresa, necesitando para ello un capital de 15.000 euros. Como no todos disponen del mismo dinero deciden invertir de la siguiente manera: Pedro aporta el triple de lo que ponen Luis y Pablo juntos, y por cada 20 euros que aporta Luis, Pablo aporta 30. ¿Cuánto capital aportó cada uno de ellos?.

Solución

Sea x , y , z el capital aportado para la empresa por Pedro, Luis y Pablo respectivamente.

Analizando el capital necesario y las condiciones de inversión de cada uno de los socios, se ha de

verificar el siguiente sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + y + z = 15000 \\ x = 3(y + z) \\ 20z = 30y \end{cases}$

Para resolverlo se despeja z de la tercera ecuación, $z = \frac{3}{2}y$ y se sustituye en la segunda quedando

$$x = 3\left(y + \frac{3}{2}y\right), \text{ es decir, } x = \frac{15}{2}y.$$

Sustituyendo $x = \frac{15}{2}y$ y $z = \frac{3}{2}y$ en la primera ecuación y despejando y se obtiene:

$$\frac{15}{2}y + y + \frac{3}{2}y = 15000 \Leftrightarrow 10y = 15000 \Leftrightarrow y = 1500$$

Por lo tanto, $x = \frac{15}{2}1500 = 11250$ y $z = \frac{3}{2}1500 = 2250$.

Así, el capital necesario para formar la empresa se obtiene con las siguientes aportaciones: Pedro pone 11.250 euros, Luis, 1.500 euros y Pablo, 2.250 euros.

3. Carlos compra vituallas para ir de excursión con unos amigos, por un total de 60 euros. Sin embargo el día de la excursión 3 de ellos no aparecen, lo que hace que cada uno tenga que poner un euro más de lo previsto. ¿Cuántas personas fueron a la excursión y cuánto puso cada una de ellas?.

Solución

Si llamamos x al número de personas que van a la excursión y p a la cantidad de euros que tienen que poner cada una, se verifica:

- teniendo en cuenta que hubieran ido todos, $(p-1)(x+3) = 60$
- teniendo en cuenta los que han ido, $px = 60$

Luego, el sistema a resolver es
$$\begin{cases} (p-1)(x+3) = 60 \\ px = 60 \end{cases}.$$

Como $p \neq 0$, se puede dividir por p en la segunda ecuación para despejar x quedando $x = \frac{60}{p}$, y

sustituyendo este valor en la primera se obtiene $(p-1)\left(\frac{60}{p} + 3\right) = 60$, es decir, $57 + 3p - \frac{60}{p} = 60$.

Operando se obtiene la ecuación polinómica de segundo grado, $3p^2 - 3p - 60 = 0$, cuyas soluciones

son $p = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 + 4 \cdot 3 \cdot 60}}{2 \cdot 3} = \frac{3 \pm \sqrt{729}}{6} = \frac{3 \pm 27}{6} = \begin{cases} 5 \\ -4 \end{cases}$. Al ser p un número positivo se deshecha la

solución -4 , por lo tanto, $p = 5$. Sustituyendo este valor en $x = \frac{60}{p}$, se tiene $x = 12$.

Por tanto, van a la excursión 12 personas y cada una ha de pagar 5 euros.