CONCEPTOS

Una **inecuación** es una desigualdad entre dos expresiones en las que aparecen una o varias incógnitas.

Ejemplo 1: a) $2x < 8$ es una inecuación con una incógnita
b) $x^2 - 2x \leq y - 1$ es una inecuación con dos incógnitas

Una **solución** de una inecuación es un valor numérico de cada una de las incógnitas para los que se verifica la desigualdad.

Ejemplo 2:
a) El valor $x = -4$ es una solución de la inecuación $3x + 7 < 1$ ya que $3(-4) + 7 = -12 + 7 = -5$ es menor que 1.
b) Los valores $x = 3$ e $y = -5$ son una solución de la inecuación $x - y \geq 2$ ya que $3 - (-5) = 8$ es mayor o igual que 2.
c) La inecuación $x^2 < 0$ no tiene solución. Es imposible encontrar un número real cuyo cuadrado sea negativo, ya que cualquier número real al cuadrado es un número positivo o cero.

Resolver una inecuación es calcular el conjunto formado por todas sus soluciones.

Ejemplo 3: a) La inecuación $x^3 \geq 8$ tiene por solución cualquier número real mayor o igual que 2.
b) La inecuación $3x + 4 \leq 16$ tiene por solución $S = (-\infty, 4]$.

Dos inecuaciones son **equivalentes** si tienen las mismas soluciones.

Ejemplo 4:
a) Las inecuaciones $3x + 4 \leq 16$ y $3x \leq 12$ son equivalentes, ya que ambas tienen por solución $S = (-\infty, 4]$.
b) Las inecuaciones $x^3 \leq 1000$ y $x^3 < 1000$ no son equivalentes, ya que $x = 10$ es solución de la primera inecuación, pero no lo es de la segunda.

Operaciones con desigualdades

Para resolver las inecuaciones, es necesario operar con desigualdades. A continuación, se enumeran propiedades que verifican algunas operaciones y que permiten obtener inecuaciones equivalentes a la inicial.

- Si se suma un mismo número a los dos miembros de una desigualdad, la desigualdad se mantiene. $a > b \Rightarrow a + c > b + c$
- Si se multiplican los dos miembros de una desigualdad por un número positivo, la desigualdad se mantiene y si el número es negativo, la desigualdad cambia de sentido.
  $a > b$ y $c > 0 \Rightarrow c.a > c.b$ $\qquad$ $a > b$ y $c < 0 \Rightarrow c.a < c.b$
- Si ambos miembros de la desigualdad son positivos, al elevarlos al cuadrado la desigualdad se mantiene. $a > b > 0 \Rightarrow a^2 > b^2$
- Si ambos miembros de la desigualdad tienen el mismo signo, los inversos de dichos términos verifican la desigualdad contraria. $a > b > 0$ o $0 > a > b \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$