**2.** Calcular las siguientes integrales utilizando la tabla de integrales inmediatas:

**a)** $\int\left(3+4x^5-\frac{8}{x}+\sqrt[3]{x^2}\right)dx$ **b)** $\int\left(6e^x+4^x\right)dx$ **c)** $\int\frac{\cos x}{1+\operatorname{sen}x}dx$ **d)** $\int\frac{1}{\sqrt{5x-1}}dx$

**e)** $\int\frac{7}{\sqrt[5]{(2x-1)^2}}dx$ **f)** $\int\frac{x^3}{4-5x^4}dx$ **g)** $\int(4x+1)^2dx$ **h)** $\int\frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx$

**i)** $\int 5^{x^3+1}x^2\,dx$ **j)** $\int\frac{dx}{\sqrt{x}\left(3+\sqrt{x}\right)}$ **k)** $\int \operatorname{tg}x\,dx$ **l)** $\int\frac{4^x-2^x}{3^x}dx$

**ll)** $\int\frac{\ln x}{x}dx$ **m)** $\int\frac{1}{x\ln x}dx$ **n)** $\int\frac{1+x^2}{x^2}dx$ **o)** $\int\frac{x^2}{1+x^2}dx$

**Solución**

**a)** Utilizando las propiedades de linealidad y la tabla de integrales inmediatas se tiene:

$$\int\left(3+4x^5-\frac{8}{x}+\sqrt[3]{x^2}\right)dx=3\int dx+4\int x^5dx-8\int\frac{1}{x}dx+\int x^{\frac{2}{3}}dx=3x+4\frac{x^6}{6}-8\ln x+\frac{x^{1+\frac{2}{3}}}{1+\frac{2}{3}}+C=$$

$$=3x+4\frac{x^6}{6}-8\ln x+\frac{x^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}}+C=3x+\frac{2}{3}x^6-8\ln x+\frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5}+C=3x+\frac{2}{3}x^6-8\ln x+\frac{3}{5}x\sqrt[3]{x^2}+C$$

**b)** Utilizando las propiedades de linealidad y la tabla de integrales inmediatas se tiene:

$$\int\left(6e^x+4^x\right)dx=6\int e^xdx+\int 4^xdx=6e^x+\frac{4^x}{\ln 4}+C$$

**c)** $\int\frac{\cos x}{1+\operatorname{sen}x}dx=\ln(1+\operatorname{sen}x)+C$

En este caso en el numerador es la derivada del denominador por lo que la integral es el logaritmo neperiano del denominador.

**d)** $\int\frac{1}{\sqrt{5x-1}}dx=\int\frac{2}{2}\frac{5}{5}\frac{1}{\sqrt{5x-1}}dx=\frac{2}{5}\int\frac{1}{2\sqrt{5x-1}}5\,dx=\frac{2}{5}\sqrt{5x-1}+C$

Se ha multiplicado y dividido por 2 para tener la derivada de la raíz y se ha multiplicado y dividido por 5 para tener la derivada del radicando.

**e)** $\int\frac{7}{\sqrt[5]{(2x-1)^2}}dx=7\int(2x-1)^{-\frac{2}{5}}dx=7\int\frac{2}{2}(2x-1)^{-\frac{2}{5}}dx=\frac{7}{2}\int(2x-1)^{-\frac{2}{5}}2\,dx=\frac{7}{2}\frac{(2x-1)^{-\frac{2}{5}+1}}{-\frac{2}{5}+1}+C=$

$$=\frac{7}{2}\frac{(2x-1)^{\frac{3}{5}}}{\frac{3}{5}}+C=\frac{5}{2}\sqrt[5]{(2x-1)^3}+C$$

El 7 sale fuera de la integral por linealidad y se multiplica y divide por 2 para tener en el integrando la derivada de la función $2x-1$ que aparece en la base.

**f)** $\int \frac{x^3}{4-5x^4}\,dx = \int \frac{1}{-20}\frac{-20x^3}{4-5x^4}\,dx = -\frac{1}{20}\int \frac{-20x^3}{4-5x^4}\,dx = -\frac{1}{20}\ln(4-5x^4)+C$

Se multiplica y divide por -20 para tener en el numerador la derivada del polinomio del denominador y se integra la fracción obtenida dando lugar a un logaritmo.

**g)** $\int (4x+1)^2\,dx = \int \frac{4}{4}(4x+1)^2\,dx = \frac{1}{4}\int (4x+1)^2\,4dx = \frac{1}{4}\frac{(4x+1)^3}{3}+C = \frac{1}{12}(4x+1)^3+C$

Se multiplica y divide por 4 para tener en el integrando la derivada de la función $4x + 1$ que aparece en la base.

**h)** $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\,dx = \int \frac{2}{2}\frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\,dx = 2\int e^{\sqrt{x}}\frac{1}{2\sqrt{x}}\,dx = 2e^{\sqrt{x}}+C$

Se multiplica y divide por 2 para tener en el integrando la derivada de la función $\sqrt{x}$ que aparece en el exponente.

**i)** $\int 5^{x^3+1}x^2\,dx = \int \frac{3}{3}5^{x^3+1}x^2\,dx = \frac{1}{3}\int 5^{x^3+1}\,3x^2\,dx = \frac{1}{3}\frac{5^{x^3+1}}{\ln 5}+C$

Se multiplica y divide por 3 para tener en el integrando la derivada de la función $x^3+1$ que aparece en el exponente.

**j)** $\int \frac{dx}{\sqrt{x}\left(3+\sqrt{x}\right)} = \int \frac{2}{2}\frac{dx}{\sqrt{x}\left(3+\sqrt{x}\right)} = 2\int \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{3+\sqrt{x}}\,dx = 2\ln\left(3+\sqrt{x}\right)+C$

Se multiplica y divide por 2 para tener en el numerador la derivada de la función $3+\sqrt{x}$ que aparece en el denominador.

**k)** $\int \operatorname{tg} x\,dx = \int \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}\,dx = -\int \frac{-\operatorname{sen} x}{\cos x}\,dx = -\ln\cos x + C$

Se multiplica y divide por -1 para tener en el numerador la derivada del denominador.

**l)** $\int \frac{4^x-2^x}{3^x}\,dx = \int\left(\frac{4^x}{3^x}-\frac{2^x}{3^x}\right)dx = \int\left(\frac{4}{3}\right)^x dx - \int\left(\frac{2}{3}\right)^x dx = \frac{\left(\frac{4}{3}\right)^x}{\ln\frac{4}{3}} - \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^x}{\ln\frac{2}{3}} + C$

**ll)** $\int \frac{\ln x}{x}\,dx = \int \ln x\,\frac{1}{x}\,dx = \frac{(\ln x)^2}{2}+C$

En el integrando están la función $\ln x$ y su derivada $\frac{1}{x}$ por lo que se puede integrar como una potencia de base $\ln x$.

**m)** $\int \frac{1}{x\ln x}\,dx = \int \frac{\frac{1}{x}}{\ln x}\,dx = \ln(\ln x)+C$

En $\int \frac{\frac{1}{x}}{\ln x} dx$ está en el numerador la derivada del denominador por lo que se integra de forma inmediata dando lugar al logaritmo del denominador.

**n)** $\int \frac{1+x^2}{x^2} dx = \int \left( \frac{1}{x^2} + \frac{x^2}{x^2} \right) dx = \int \frac{1}{x^2} dx + \int \frac{x^2}{x^2} dx = \int x^{-2} dx + \int 1 dx = \frac{x^{-1}}{-1} + x + C = \frac{-1}{x} + x + C$

**o)** $\int \frac{x^2}{1+x^2} dx = \int \frac{x^2+1-1}{1+x^2} dx = \int \frac{x^2+1}{1+x^2} dx - \int \frac{1}{1+x^2} dx = \int dx - \int \frac{1}{1+x^2} dx = x - \operatorname{arctg} x + C$