Autoras: Gloria Jarne, Esperanza Minguillón, Trinidad Zabal

1. Dada la función $f(x) = 3x^5 + \frac{2}{x^3}$:

a) Calcular todas sus funciones primitivas.

b) Determinar la función primitiva cuya gráfica pasa por el punto (1, 6).

c) Determinar la función primitiva $F(x)$ que verifica $F(-1) = \frac{-1}{2}$.

Solución

a) Las primitivas de $f(x)$ son de la forma $F(x) = \frac{x^6}{2} - \frac{1}{x^2} + C$, siendo C una constante real, ya que $F'(x) = 3x^5 + \frac{2}{x^3} = f(x)$

b) La función primitiva $F(x) = \frac{x^6}{2} - \frac{1}{x^2} + C$ cuya gráfica pasa por el punto (1, 6) ha de verificar $F(1) = 6$, es decir, $\frac{1^6}{2} - \frac{1}{1^2} + C = 6$, de donde $C = 7 - \frac{1}{2} = \frac{13}{2}$.

Por tanto la primitiva que se busca es $F(x) = \frac{x^6}{2} - \frac{1}{x^2} + \frac{13}{2}$.

c) La función primitiva $F(x) = \frac{x^6}{2} - \frac{1}{x^2} + C$ ha de verificar $F(-1) = \frac{-1}{2}$, es decir, $\frac{(-1)^6}{2} - \frac{1}{(-1)^2} + C = \frac{-1}{2}$, de donde $C = \frac{-1}{2} + \frac{1}{2} = 0$.

Por tanto la primitiva que se busca es $F(x) = \frac{x^6}{2} - \frac{1}{x^2}$.