

4. a) Calcular $\int_1^e \left(\frac{x}{4} + \frac{1}{x} \right) dx$

b) Razonar si el valor de la integral anterior coincide con el área del recinto limitado por la gráfica de la función $f(x) = \frac{x}{4} + \frac{1}{x}$, el eje OX y las rectas $x = 1$, $x = e$

Solución

a) $\int_1^e \left(\frac{x}{4} + \frac{1}{x} \right) dx = \left[\frac{x^2}{8} + \ln x \right]_1^e = \frac{e^2}{8} + \ln e - \frac{1}{8} - \ln 1 = \frac{e^2}{8} + 1 - \frac{1}{8} = \frac{e^2 + 7}{8}$

b) Al verificarse $f(x) = \frac{x}{4} + \frac{1}{x} \geq 0 \quad \forall x \in [1, e]$ se tiene que el área A de ese recinto coincide con el valor de la integral definida, $A = \int_1^e \left(\frac{x}{4} + \frac{1}{x} \right) dx$