Autoras: Gloria Jarne, Esperanza Minguillón, Trinidad Zabal

Teorema de Rouché-Frobenius

Dado un sistema de m ecuaciones con n incógnitas, $AX = B$ se tiene:

$AX = B$ es un sistema compatible $\Leftrightarrow$ rg A = rg$(A|B) = p$

Además: $p = n \Leftrightarrow$ el sistema es determinado (tiene una única solución)

$p < n \Leftrightarrow$ el sistema es indeterminado (tiene infinitas soluciones)

Ejemplo: Discutamos el sistema $\left.\begin{array}{r} -2x + y = 2 \\ 5x - 2y = -1 \end{array}\right\}$ cuya matriz ampliada es $(A|B) = \left(\begin{array}{cc|c} -2 & 1 & 2 \\ 5 & -2 & -1 \end{array}\right)$

En primer lugar se realizan operaciones elementales con las filas hasta escalonar $(A|B)$

$$(A|B) = \left(\begin{array}{cc|c} -2 & 1 & 2 \\ 5 & -2 & -1 \end{array}\right) \underset{\approx}{F_2 \to 5F_1 + 2F_2} \left(\begin{array}{cc|c} -2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 8 \end{array}\right)$$

Observar que al escalonar $(A|B)$ también se ha escalonado A por lo que se puede determinar el rango de ambas matrices, y utilizando el teorema de Rouché- Frobenius, discutir el sistema.

Se tiene rg $A = 2$ y rg$(A|B) = 2$. Además rg A = rg$(A|B)$ = nº de incógnitas = 2, por lo tanto, el sistema es compatible determinado, es decir, tiene una única solución.