

CÁLCULO DE LA MATRIZ INVERSA POR EL MÉTODO DE GAUSS

Para obtener la matriz inversa de A se considera la matriz $(A|I_n)$ y se realizan aquellas operaciones elementales por filas que consigan transformar la matriz A en la matriz I_n , de esta forma la matriz I_n se habrá transformado en A^{-1} . Es decir, se han de realizar operaciones elementales por filas de forma que $(A|I_n) \approx \dots \approx (I_n|A^{-1})$.

También es posible obtener la matriz inversa de A mediante operaciones elementales por columnas de forma que $\begin{pmatrix} A \\ I_n \end{pmatrix} \approx \dots \approx \begin{pmatrix} I_n \\ A^{-1} \end{pmatrix}$.

Ejemplo 19: Se calcula la matriz inversa de $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ mediante operaciones elementales por filas.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} -1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 \rightarrow F_2 + F_1} \approx \left(\begin{array}{cc|cc} -1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{F_1 \rightarrow F_1 - 3F_2} \approx \left(\begin{array}{cc|cc} -1 & 0 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{F_1 \rightarrow -F_1} \approx \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

Los objetivos de las operaciones elementales realizadas son:

1ª equivalencia: se obtienen ceros por debajo de la diagonal principal (se triangulariza superiormente).

2ª equivalencia: se obtienen ceros por encima de la diagonal principal (se triangulariza inferiormente).

3ª equivalencia: se obtienen unos en la diagonal principal.

Por tanto, $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.