

## OPERACIONES ELEMENTALES. RANGO DE UNA MATRIZ

Se llama **operación elemental** realizada en una matriz a cualquiera de las transformaciones siguientes:

a) cambiar entre sí dos filas (columnas).

Se puede representar por  $F_i \leftrightarrow F_j$ , siendo  $F_i$  y  $F_j$  dos filas de la matriz ( $C_i \leftrightarrow C_j$ , siendo  $C_i$  y  $C_j$  dos columnas de la matriz)

b) multiplicar una fila (columna) por un número real distinto de cero.

Se puede representar por  $F_i \rightarrow t F_i$  ( $C_i \rightarrow t C_i$ )

c) sumar a una fila (columna) otra fila (columna) multiplicada por un número real.

Se puede representar por  $F_i \rightarrow F_i + t F_j$  ( $C_i \rightarrow C_i + t C_j$ )

Dos matrices  $A$  y  $B$  son **equivalentes** si una de ellas se puede obtener a partir de la otra mediante operaciones elementales. Se puede representar por  $A \approx B$ .

Ejemplo:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} F_1 \leftrightarrow F_3 \approx \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} C_2 \rightarrow -3C_2 \approx \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & -6 \\ 4 & 9 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} F_1 \rightarrow F_1 + 2F_2 \approx \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -1 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$$

### Cálculo del rango de una matriz

El **rango** de una matriz  $A$  es el número de filas (columnas) no nulas de cualquier matriz escalonada por filas (columnas) equivalente a  $A$ . Se representa por **rg A**.

Ejemplo: Se calcula el rango de  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -4 & -6 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$  mediante operaciones elementales por filas.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -4 & -6 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} F_2 \rightarrow F_2 + 4F_1 \approx \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 6 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} F_3 \rightarrow F_3 - 2F_1 \approx \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 6 \\ 0 & -6 \end{pmatrix} F_3 \rightarrow F_3 + F_2 \approx \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Como la matriz escalonada por filas que se ha obtenido tiene dos filas no nulas, se tiene que  $\text{rg } A = 2$ .