

4. Escribir las propiedades de los determinantes que nos permiten asegurar que son ciertas las siguientes igualdades:

$$\text{a)} \quad \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -3 & 10 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -3 & 5 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\text{b)} \quad \begin{vmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -3 & 1 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 1 & -3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\text{c)} \quad \begin{vmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{d)} \quad \begin{vmatrix} 4 & 2 & 2 \\ -3 & 0 & 7 \\ -3 & 1 & -1 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} -3 & 1 & -1 \\ -3 & 0 & 7 \\ 4 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\text{e)} \quad \begin{vmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 4 & -3 & 2 \\ -3 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{f)} \quad \begin{vmatrix} 4 & 20 & 8 \\ 4 & 20 & -1 \\ -3 & -15 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

Solución

a) "Si en una matriz se multiplica una fila (columna) por un número real, el determinante de la matriz resultante es igual al determinante de la matriz inicial multiplicado por dicho número".

Se observa que en este caso la segunda columna de la matriz inicial se multiplica por 1/2 para obtener la segunda columna de la otra matriz.

b) " $|A^t| = |A|$ "

c) "El determinante de una matriz con una fila (columna) cuyos elementos son ceros es nulo".

d) "Si en una matriz se intercambian entre sí dos filas (columnas) el determinante cambia de signo".

Se observa que se han intercambiado F_1 y F_3 .

e) "El determinante de una matriz con dos filas (columnas) iguales es nulo".

Se observa que $F_1 = F_3$.

f) "El determinante de una matriz con dos filas (columnas) proporcionales es nulo".

Se observa que $C_2 = 5 C_1$.