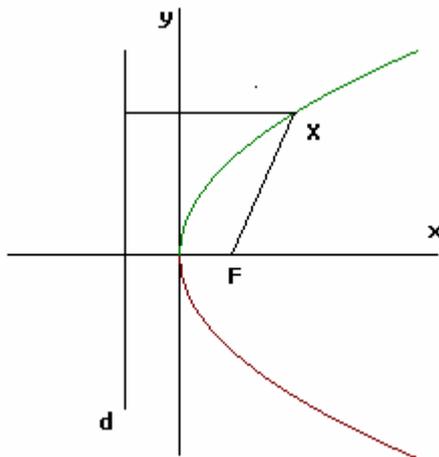


PARÁBOLA

Una **parábola** es el conjunto de puntos que equidistan de un punto F , llamado **foco**, y de una recta d , llamada **directriz**.

Para obtener la *ecuación reducida* de la parábola, se considera como foco el punto $F = (\frac{p}{2}, 0)$ y como directriz la recta vertical $x = -\frac{p}{2}$

El punto $X = (x, y)$ del plano pertenecerá a la parábola si verifica $d(X, F) = d(X, \text{recta directriz})$, es decir, si $\sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2} = x + \frac{p}{2}$. Realizando operaciones, se obtiene $y^2 = 2px$



Se llama **eje** de una parábola a su eje de simetría y **vértice** al punto de la parábola que pertenece al eje.

El eje de la parábola $y^2 = 2px$ es el eje de abscisas o eje Ox y el vértice es el origen de coordenadas.

Ejemplo 5: Escribir la ecuación de la parábola que tiene por foco el punto $(5, 0)$ y vértice en el origen.

Al estar el vértice en el origen y el foco en el eje de abscisas la ecuación de la hipérbola es $y^2 = 2px$ con $\frac{p}{2} = 5$, es decir $p = 10$. Así, la ecuación es $y^2 = 20x$.

A continuación se ven algunas parábolas que vienen definidas por polinomios de segundo grado:

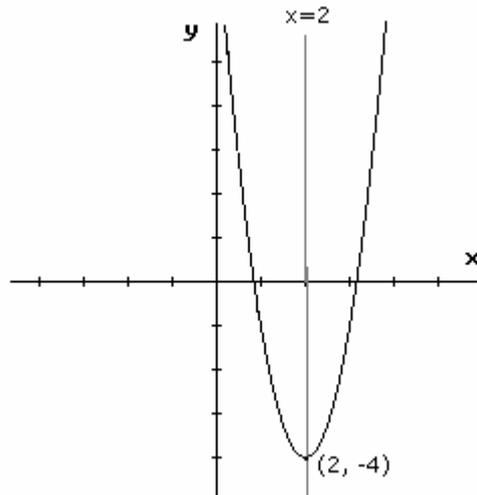
- *Parábolas de eje vertical*

El conjunto de puntos (x, y) del plano relacionados mediante un polinomio de segundo grado de la forma $y = ax^2 + bx + c$ es una parábola de eje vertical y viceversa.

La parábola $y = ax^2 + bx + c$ tiene por eje la recta vertical $x = -\frac{b}{2a}$, y el vértice es el punto de intersección de la parábola y su eje.

Notar que si $a > 0$ las ramas de la parábola van hacia arriba y que si $a < 0$ las ramas de la parábola van hacia abajo.

Ejemplo 6: La parábola $y = 3x^2 - 12x + 8$ tiene por eje la recta $x = -\frac{-12}{2 \cdot 3} = 2$ y por vértice el punto $(2, -4)$



- *Parábolas de eje horizontal*

El conjunto de puntos (x, y) del plano relacionados mediante un polinomio de segundo grado de la forma $x = ay^2 + by + c$ es una parábola de eje horizontal y viceversa.

La parábola $x = ay^2 + by + c$ tiene por eje la recta horizontal $y = -\frac{b}{2a}$, y el vértice es el punto de intersección de la parábola y su eje.

Ejemplo 7: La parábola $x = y^2 - 6y + 5$ tiene por eje la recta $y = -\frac{-6}{2} = 3$ y por vértice el punto $(-4, 3)$

