

8. Hallar las ecuaciones de las parábolas que verifican:

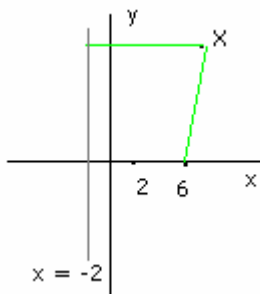
a) su directriz es $y = -6$ y su foco $(0, 6)$.

b) su vértice $(2, 0)$ y su foco $(6, 0)$.

Solución

a) Como el foco y la directriz están a la misma distancia del origen se puede utilizar la ecuación reducida que, al ser la directriz horizontal, es de la forma $x^2 = 2py$ con $p = 2 \cdot 6 = 12$. Por tanto, su ecuación es $x^2 = 24y$.

b)



Como el vértice no coincide con el origen de coordenadas se parte de igualdad: $d(X, F) = d(X, \text{recta directriz})$.

Para calcular la directriz hay que tener en cuenta que la distancia de vértice, $V = (2, 0)$, al foco, $F = (6, 0)$, es de 4 unidades. Como la distancia de vértice a la directriz es la misma que la del vértice al foco, se concluye que la directriz es la recta $x = -2$.

Teniendo en cuenta la igualdad $d(X, F) = d(X, \text{recta directriz})$, se tiene, $\sqrt{(x - 6)^2 + y^2} = x + 2$.

Elevando al cuadrado y realizando operaciones, se obtiene:

$$x^2 - 12x + 36 + y^2 = x^2 + 4x + 4 \Leftrightarrow y^2 = 16x - 32$$