

7. Hallar la ecuación que verifican los puntos del plano que equidistan del punto  $(3, 0)$  y de la recta  $x = -4$ .

### Solución

Los puntos buscados forman una parábola de foco el punto  $F = (3, 0)$  y directriz la recta  $x = -4$ .

Como el punto y la recta no están a la misma distancia del origen es necesario partir de la igualdad  $d(X, F) = d(X, \text{recta directriz})$ , es decir,  $\sqrt{(x - 3)^2 + y^2} = x + 4$ . Elevando al cuadrado y realizando operaciones, se obtiene:  $x^2 - 6x + 9 + y^2 = x^2 + 8x + 16 \Leftrightarrow y^2 = 14x + 7$

NOTA: Este ejercicio también se puede resolver sin considerar "a priori" que la ecuación corresponde a una parábola, de la siguiente forma:

Los puntos  $(x, y)$  que están a la misma distancia de  $(3, 0)$  que de la recta  $r$  de ecuación  $x = -4$  verifican  $d((x, y), (3, 0)) = d((x, y), r)$ , es decir,  $\sqrt{(x - 3)^2 + y^2} = x + 4$ .

Realizando operaciones, se obtiene  $y^2 = 14x + 7$ , ecuación que corresponde a una parábola de eje horizontal.