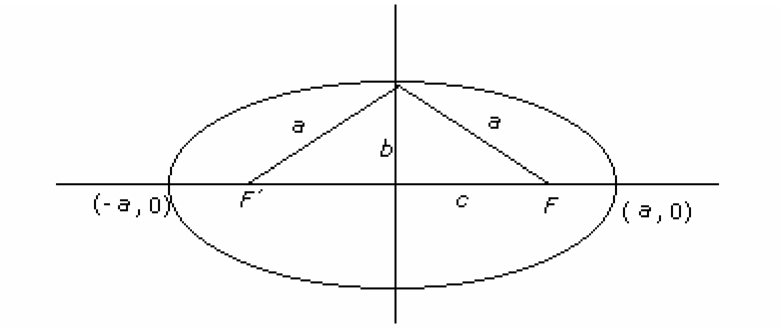
5. Hallar la ecuación reducida de la elipse que verifica:

a) pasa por (25, 0) y la distancia semifocal es 7.

b) pasa por (4, 1) y por (0, 3).

Solución



La ecuación reducida de una elipse es $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ siendo c la distancia semifocal, a el semieje mayor, b el semieje menor y $b^2 = a^2 - c^2$.

a) El punto (25, 0) de la elipse es el punto de corte con el eje de abscisas, por tanto, a = 25.
Al ser la distancia semifocal c = 7, se tiene que $b^2 = a^2 - c^2 = 25^2 - 7^2 = 625 - 49 = 576$.

Por tanto, la ecuación de la elipse es $\frac{x^2}{625}+\frac{y^2}{576}=1$.

b) El punto (0, 3) de la elipse es el punto de corte con el eje de ordenadas, por tanto, b = 3. Así la ecuación de la elipse es $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{9}=1$.

Imponiendo que ha de pasar por (4, 1) se tiene $\frac{16}{a^2}+\frac{1}{9}=1$ y despejando a^2 se tiene, a^2 = 18.

Por tanto, la ecuación de la elipse es $\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{9}=1$.