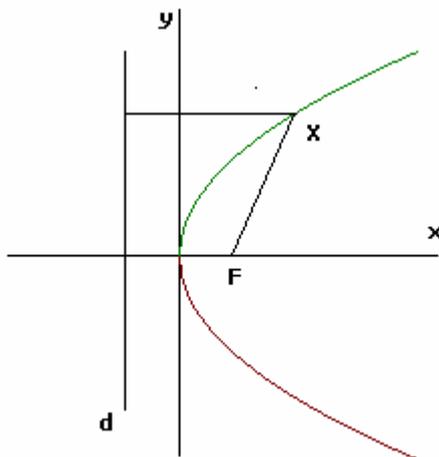


## PARÁBOLA

Una **parábola** es el conjunto de puntos que equidistan de un punto  $F$ , llamado **foco**, y de una recta  $d$ , llamada **directriz**.

Para obtener la *ecuación reducida* de la parábola, se considera como foco el punto  $F = (\frac{p}{2}, 0)$  y como directriz la recta vertical  $x = -\frac{p}{2}$

El punto  $X = (x, y)$  del plano pertenecerá a la parábola si verifica  $d(X, F) = d(X, \text{recta directriz})$ , es decir, si  $\sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2} = x + \frac{p}{2}$ . Realizando operaciones, se obtiene  $y^2 = 2px$



Se llama **eje** de una parábola a su eje de simetría y **vértice** al punto de la parábola que pertenece al eje.

El eje de la parábola  $y^2 = 2px$  es el eje de abscisas o eje  $OX$  y el vértice es el origen de coordenadas.

Ejemplo 5: Escribir la ecuación de la parábola que tiene por foco el punto  $(5, 0)$  y vértice en el origen.

Al estar el vértice en el origen y el foco en el eje de abscisas la ecuación de la hipérbola es  $y^2 = 2px$  con  $\frac{p}{2} = 5$ , es decir  $p = 10$ . Así, la ecuación es  $y^2 = 20x$ .

A continuación se ven algunas parábolas que vienen definidas por polinomios de segundo grado:

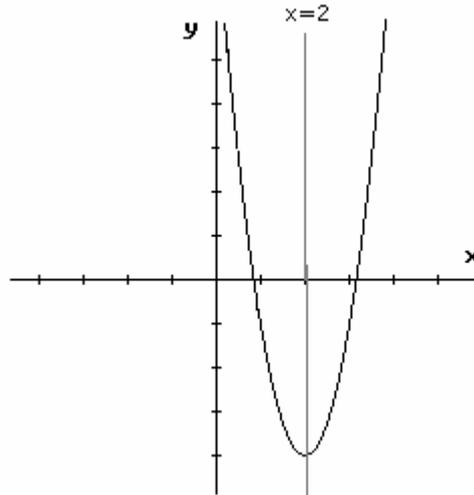
- *Parábolas de eje vertical*

El conjunto de puntos  $(x, y)$  del plano relacionados mediante un polinomio de segundo grado de la forma  $y = ax^2 + bx + c$  es una parábola de eje vertical y viceversa.

La parábola  $y = ax^2 + bx + c$  tiene por eje la recta vertical  $x = -\frac{b}{2a}$ , y el vértice es el punto de intersección de la parábola y su eje.

Notar que si  $a > 0$  las ramas de la parábola van hacia arriba y que si  $a < 0$  las ramas de la parábola van hacia abajo.

Ejemplo 6: La parábola  $y = 3x^2 - 12x + 18$  tiene por eje la recta  $x = -\frac{-12}{2 \cdot 3} = 2$  y por vértice el punto  $(2, 6)$



- *Parábolas de eje horizontal*

El conjunto de puntos  $(x, y)$  del plano relacionados mediante un polinomio de segundo grado de la forma  $x = ay^2 + by + c$  es una parábola de eje horizontal y viceversa.

La parábola  $x = ay^2 + by + c$  tiene por eje la recta horizontal  $y = -\frac{b}{2a}$ , y el vértice es el punto de intersección de la parábola y su eje.

Ejemplo 7: La parábola  $x = y^2 - 6y + 5$  tiene por eje la recta  $y = -\frac{-6}{2} = 3$  y por vértice el punto  $(-4, 3)$

