7. Determinar el módulo, el argumento, la forma polar y la forma trigonométrica de los siguientes números complejos:

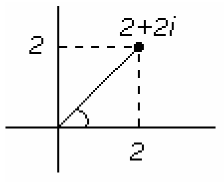
a) $2+2i$ **b)** $-2+2i$ **c)** $2-2i$ **d)** $-2-2i$ **e)** $-\sqrt{5}$ **f)** $\frac{5}{3}i$ **g)** $\sqrt{3}+i$

Solución

En todos los apartados se representa el número complejo para ayudar a determinar su argumento.

a) El módulo y el argumento de $2+2i$ son:

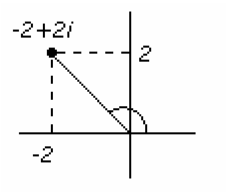
$$|2+2i| = \sqrt{2^2+2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$
$$\arg(2+2i) = \text{arctg}\frac{2}{2} = \text{arctg}\,1 = \frac{\pi}{4}$$



Por tanto, la forma polar de $2+2i$ es $(2\sqrt{2})_{\pi/4}$ y la forma trigonométrica $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\,\text{sen}\frac{\pi}{4}\right)$

b) El módulo y el argumento de $-2+2i$ son:

$$|-2+2i| = \sqrt{(-2)^2+2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$
$$\arg(-2+2i) = \text{arctg}\frac{2}{-2} = \text{arctg}\,(-1) = \frac{3\pi}{4}$$

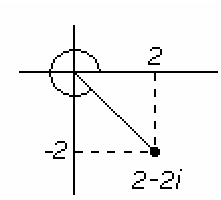


Por tanto, la forma polar y trigonométrica de $-2+2i$ son, respectivamente:

$$|-2+2i| = (2\sqrt{2})_{3\pi/4} \qquad |-2+2i| = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\,\text{sen}\frac{3\pi}{4}\right)$$

c) El módulo y el argumento de $2-2i$ son:

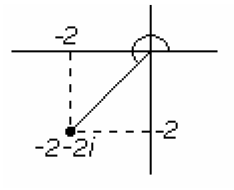
$$|2-2i| = \sqrt{2^2+(-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$
$$\arg(2-2i) = \text{arctg}\frac{-2}{2} = \text{arctg}\,-1 = \frac{7\pi}{4}$$



Por tanto, la forma polar de $2-2i$ es $(2\sqrt{2})_{7\pi/4}$ y la forma trigonométrica $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{4} + i\,\text{sen}\frac{7\pi}{4}\right)$

d) El módulo y el argumento de -2-2*i* son:

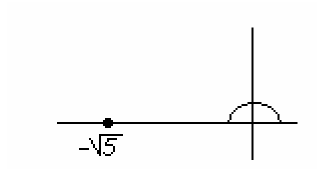
$$|-2-2i| = \sqrt{(-2)^2+(-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$
$$\arg(-2-2i) = \operatorname{arctg}\frac{-2}{-2} = \operatorname{arctg} 1 = \frac{5\pi}{4}$$



Por tanto, la forma polar de -2-2*i* es $(2\sqrt{2})_{5\pi/4}$ y la forma trigonométrica $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{4} + i\,\mathrm{sen}\frac{5\pi}{4}\right)$.

e) De la figura se concluye de forma inmediata que el módulo y el argumento de $-\sqrt{5}$ son:

$$|-\sqrt{5}| = \sqrt{5}$$
$$\arg(-\sqrt{5}) = \pi$$

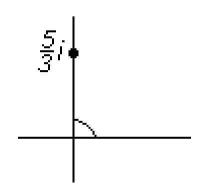


Por tanto, la forma polar de $-\sqrt{5}$ es $\sqrt{5}_{\pi}$ y la forma trigonométrica $\sqrt{5}\,(\cos\pi + i\,\mathrm{sen}\pi)$

f) De la figura se concluye de forma inmediata que el módulo y el argumento de $\frac{5}{3}i$ son:

$$\left|\frac{5}{3}i\right| = \frac{5}{3}$$

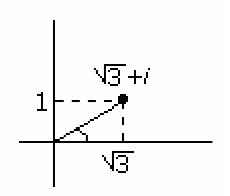
$$\arg\left(\frac{5}{3}i\right) = \frac{\pi}{2}$$



Por tanto, la forma polar de $\frac{5}{3}i$ es $\left(\frac{5}{3}\right)_{\pi/2}$ y la forma trigonométrica $\frac{5}{3}\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\,\mathrm{sen}\frac{\pi}{2}\right)$

g) El módulo y el argumento de $\sqrt{3} + i$ son:

$$|\sqrt{3} + i| = \sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2} = \sqrt{4} = 2$$
$$\arg(\sqrt{3} + i) = \operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}$$



Por tanto, la forma polar y trigonométrica de $\sqrt{3} + i$ son, respectivamente:

$$\sqrt{3} + i = 2_{\pi/6} \qquad \sqrt{3} + i = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\,\mathrm{sen}\frac{\pi}{6}\right)$$