
4. Determinar un polinomio de coeficientes reales de grado 4 que tenga por raíces los números complejos $-4i$ y $-5+2i$.

Solución

Teniendo en cuenta que si un polinomio de coeficientes reales tiene una raíz imaginaria tiene también su conjugada, las cuatro raíces del polinomio buscado son $-4i$, $4i$, $-5+2i$ y $-5-2i$.

Por tanto, el polinomio es cualquiera proporcional a:

$$\begin{aligned}(x-(-4i))(x-4i)(x-(-5+2i))(x-(-5-2i)) &= (x+4i)(x-4i)(x+5-2i)(x+5+2i) = \\ &= (x^2 - 16i^2)((x+5)^2 - 4i^2) = (x^2 + 16)(x^2 + 10x + 25 + 4) = (x^2 + 16)(x^2 + 10x + 29) = \\ &= x^4 + 10x^3 + 45x^2 + 160x + 464\end{aligned}$$