

Para resolver este ejercicio se despeja z y para calcular las raíces cuartas es conveniente hacerlo en forma polar.

Las **raíces n -ésimas** de un número complejo cuya forma polar es ρ_{θ} son:

$$\sqrt[n]{\rho_{(\theta+2k\pi)/n}} \text{ para } k = 0, 1, \dots, n-1$$

Ejemplo 14:

a) Las raíces cuadradas de $4_{\pi/3}$ son $\sqrt[4]{(\pi/3+2k\pi)/2}$ para $k = 0, 1$, es decir, $2_{\pi/6}$ y $2_{7\pi/6}$.

b) Las raíces cúbicas de $8i$ se pueden calcular de forma sencilla mediante la forma polar del número complejo.

Representando en el plano el número $8i$ se deduce que su módulo es 8 y que su argumento es $\frac{\pi}{2}$, de donde la forma polar es $8_{\pi/2}$.

Las raíces cúbicas de $8_{\pi/2}$ son $\sqrt[3]{8}_{(\pi/2+2k\pi)/3}$ para $k = 0, 1, 2$ es decir, $2_{\pi/6}$, $2_{5\pi/6}$ y $2_{3\pi/2}$.

La forma binómica de cada una de las tres raíces es:

$$2_{\pi/6} = 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{6} \right) = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i \frac{1}{2} \right) = \sqrt{3} + i$$

$$2_{5\pi/6} = 2 \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \operatorname{sen} \frac{5\pi}{6} \right) = 2 \left(\frac{-\sqrt{3}}{2} + i \frac{1}{2} \right) = -\sqrt{3} + i$$

$$2_{3\pi/2} = 2 \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \operatorname{sen} \frac{3\pi}{2} \right) = 2 (0 + i(-1)) = -2i$$