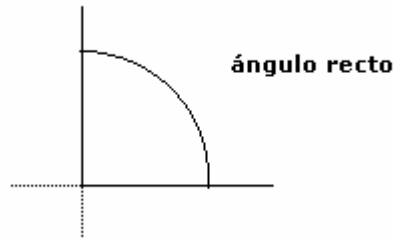


MEDIDAS DE ÁNGULOS: EL GRADO SEXAGESIMAL Y EL RADIÁN

Dos rectas perpendiculares se cortan formando cuatro ángulos iguales, a cada uno de estos ángulos se le llama **ángulo recto**.



Un **grado sexagesimal** es la noventa parte de un ángulo recto, se denota 1° . Esto significa que un ángulo recto tiene 90° y que el ángulo completo cuyo arco es toda la circunferencia tiene 360° .

Para medir ángulos que no corresponden a un número exacto de grados se utilizan como submúltiplos la sesentava parte de un grado que se llama **minuto** ($'$) y la sesentava parte de un minuto que se llama **segundo** ($''$). Esto significa que $1^\circ = 60'$ y que $1' = 60''$.

Ejemplo 1: Dados $\alpha = 74^\circ 16' 54''$ y $\beta = 28^\circ 45' 13''$, calcular $\alpha + \beta$, $\alpha - \beta$, 3α , $\alpha/2$.

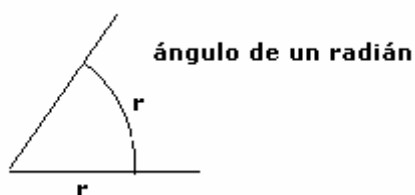
$$\alpha + \beta = (74^\circ 16' 54'') + (28^\circ 45' 13'') = 102^\circ 61' 67'' = 102^\circ 62' 7'' = 103^\circ 2' 7''$$

$$\alpha - \beta = (74^\circ 16' 54'') - (28^\circ 45' 13'') = (73^\circ 76' 54'') - (28^\circ 45' 13'') = 45^\circ 31' 41''$$

$$3\alpha = 3 (74^\circ 16' 54'') = 222^\circ 48' 162'' = 222^\circ 50' 42''$$

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} (74^\circ 16' 54'') = 37^\circ 8' 27''$$

Un **radián** es la medida de un ángulo cuyo arco mide lo mismo que el radio con el que se ha trazado.



Al medir los ángulos en radianes se obtienen números reales, por lo que las operaciones con ellos se reducen a operaciones con números reales y no es necesario operar como en el ejemplo 1.

Cambio de unidad de medida

Teniendo en cuenta que un ángulo de 360° tiene por arco toda la circunferencia, cuya longitud es $L = 2\pi r$, se tiene que en la circunferencia caben $\frac{L}{r}$ ángulos de un radián y que por tanto, $360^\circ = \frac{L}{r} = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi$ radianes. Con esta igualdad es fácil pasar la medida de un ángulo de grados a radianes y viceversa, por ejemplo, mediante una regla de tres.

Ejemplo 2:

a) Veamos cuántos radianes mide el ángulo de 30° .

Llamando x a los radianes que mide un ángulo de 30° y considerando que 360° son 2π radianes se tiene que:

$$\begin{array}{r} 360 \text{ ----- } 2\pi \\ 30 \text{ ----- } x \end{array} \quad \text{de donde } x = \frac{30 \cdot 2\pi}{360} = \frac{\pi}{6} \text{ radianes.}$$

b) Veamos cuántos grados mide el ángulo de un radián.

Llamando x a los grados que mide un ángulo de un radián y considerando que 360° son 2π radianes se tiene que:

$$\begin{array}{r} 360 \text{ ----- } 2\pi \\ x \text{ ----- } 1 \end{array} \quad \text{de donde } x = \frac{360}{2\pi} \text{ grados, valor que aproximadamente es } 57^\circ 17' 44''.$$

En la siguiente tabla se presentan los valores de algunos ángulos en grados y radianes:

grados	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
radianes	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π