3. Simplificar las siguientes expresiones:

a) $\frac{\text{sen}2\alpha}{\text{tg}\alpha}$ **b)** $\frac{\text{tg}(\pi+\alpha)}{\text{tg}(\pi-\alpha)}$ **c)** $\frac{\text{sen}^2\alpha\ (1+\cos\alpha)}{1-\cos\alpha}$ **d)** $\frac{\cos\alpha}{\text{tg}\alpha\ (1-\text{sen}\alpha)}$

Solución

a) $\frac{\text{sen}2\alpha}{\text{tg}\alpha} = \frac{2\,\text{sen}\alpha\cos\alpha}{\frac{\text{sen}\alpha}{\cos\alpha}} = 2\cos^2\alpha$

b) $\frac{\text{tg}(\pi+\alpha)}{\text{tg}(\pi-\alpha)} = \frac{\text{tg}\alpha}{-\text{tg}\alpha} = -1$

c) $\frac{\text{sen}^2\alpha\ (1+\cos\alpha)}{1-\cos\alpha} = \frac{(1-\cos^2\alpha)(1+\cos\alpha)}{1-\cos\alpha} = \frac{(1-\cos\alpha)(1+\cos\alpha)(1+\cos\alpha)}{1-\cos\alpha} = (1+\cos\alpha)^2 \otimes$

En la primera igualdad se ha tenido en cuenta que $\text{sen}^2\alpha = 1-\cos^2\alpha$ y en la segunda se ha aplicado que una diferencia de cuadrados es igual a la suma por la diferencia.

d) $\frac{\cos\alpha}{\text{tg}\alpha\ (1-\text{sen}\alpha)} = \frac{\cos\alpha}{\frac{\text{sen}\alpha}{\cos\alpha}(1-\text{sen}\alpha)} = \frac{\cos^2\alpha}{\text{sen}\alpha(1-\text{sen}\alpha)} = \frac{1-\text{sen}^2\alpha}{\text{sen}\alpha(1-\text{sen}\alpha)} = \frac{(1+\text{sen}\alpha)(1-\text{sen}\alpha)}{\text{sen}\alpha(1-\text{sen}\alpha)} = \frac{1+\text{sen}\alpha}{\text{sen}\alpha} =$

$= \frac{1}{\text{sen}\alpha} + 1$