

Razones trigonométricas del ángulo doble y del ángulo mitad

ÁNGULO DOBLE

$$\operatorname{sen} 2\alpha = 2 \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

ÁNGULO MITAD

$$|\operatorname{sen}(\alpha/2)| = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

$$|\cos(\alpha/2)| = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

$$|\operatorname{tg}(\alpha/2)| = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$$

Ejemplo 12: Calcular las razones trigonométricas del ángulo de $\frac{\pi}{8}$ radianes

Como $\frac{\pi}{8}$ es la mitad de $\frac{\pi}{4}$ se aplican las fórmulas del ángulo mitad y al ser un ángulo del primer cuadrante sus razones trigonométricas son todas positivas, por tanto, se tiene:

$$\operatorname{sen} \frac{\pi}{8} = \sqrt{\frac{1 - \cos(\pi/4)}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{2}/2}{2}} = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{2}}{4}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

$$\cos \frac{\pi}{8} = \sqrt{\frac{1 + \cos(\pi/4)}{2}} = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{2}/2}{2}} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{8} = \sqrt{\frac{1 - \cos(\pi/4)}{1 + \cos(\pi/4)}} = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{2}/2}{1 + \sqrt{2}/2}} = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}}}$$