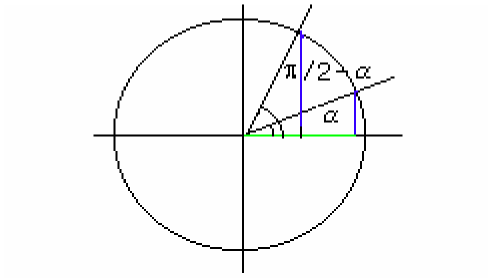
RELACIÓN ENTRE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE DOS ÁNGULOS

Dados dos ángulos, las razones trigonométricas de uno de ellos se pueden expresar en función de las del otro. A continuación, se consideran algunos de estos casos:

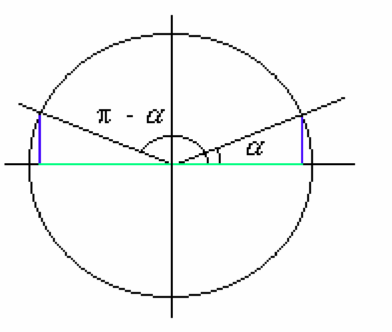
- La suma de los ángulos es $\frac{\pi}{2}$ (son complementarios), es decir, si uno es α el otro será $\frac{\pi}{2} - \alpha$ y se tiene

$$\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \cos\alpha$$
$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \text{sen}\alpha$$
$$\text{tg}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \frac{1}{\text{tg}\alpha}$$



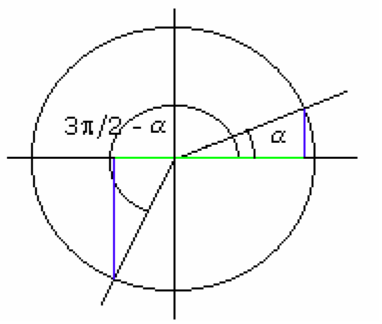
- La suma de los ángulos es π (son suplementarios), es decir, si uno es α el otro será $\pi - \alpha$ y se tiene

$$\text{sen}(\pi - \alpha) = \text{sen}\alpha$$
$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$$
$$\text{tg}(\pi - \alpha) = -\text{tg}\alpha$$



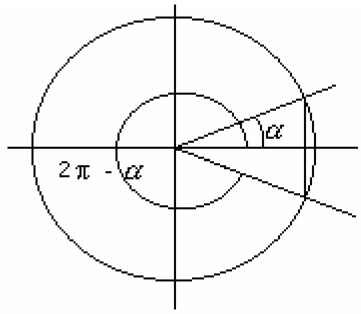
- La suma de los ángulos es $\frac{3\pi}{2}$, es decir, si uno es α el otro será $\frac{3\pi}{2} - \alpha$ y se tiene

$$\text{sen}\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right) = -\cos\alpha$$
$$\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right) = -\text{sen}\alpha$$
$$\text{tg}\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right) = \frac{1}{\text{tg}\alpha}$$



- La suma de los ángulos es 2π, es decir, si uno es α el otro será $2\pi - \alpha$ y se tiene

$\text{sen}(2\pi - \alpha) = -\text{sen}\alpha$
$\cos(2\pi - \alpha) = \cos\alpha$
$\text{tg}(2\pi - \alpha) = -\text{tg}\alpha$



NOTA: A la vista de la gráfica anterior se deduce que la relación entre las razones trigonométricas de los ángulos opuestos α y $-\alpha$ verifican: $\text{sen}(-\alpha) = -\text{sen}\alpha$
$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$
$\text{tg}(-\alpha) = -\text{tg}\alpha$

- De forma similar se pueden encontrar relaciones entre las razones trigonométricas de dos ángulos que difieren en $\frac{\pi}{2}$, π, $\frac{3\pi}{2}$,. . .(Ver ejercicios resueltos)

- La diferencia de los ángulos es 2π o un múltiplo suyo así, si uno es α el otro es $\alpha + 2\pi$ o $\alpha + 2k\pi$, con $k \in Z$, o lo que también es lo mismo, un ángulo es igual al otro más un número entero de vueltas a la circunferencia. Esto hace que los segundos lados de ambos ángulos “caigan” en el mismo sitio y que por tanto las razones trigonométricas de ambos ángulos también coincidan.
  $\text{sen}(\alpha + 2k\pi) = \text{sen}\alpha$ $\cos(\alpha + 2k\pi) = \cos\alpha$ $\text{tg}(\alpha + 2k\pi) = \text{tg}\alpha$

En la siguiente tabla figuran **las razones trigonométricas de algunos ángulos**.

ángulo	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
seno	0	1/2	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
coseno	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	0
tangente	0	$1/\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	No existe