6. Resolver el sistema de inecuaciones $\begin{cases} y-1>e^x \\ 7y-8>4\ (2y-3) \\ -4(x+2)\le 0 \end{cases}$

Solución

En primer lugar se resuelve la primera inecuación, para ello se despeja *y* obteniéndose $y>e^x+1$

Para representar gráficamente la solución de la primera inecuación dibujamos $y=e^x+1$ que es la curva que se indica en el dibujo, y se consideran los puntos que verifican $y>e^x+1$, para lo cual basta comprobar la desigualdad con un punto cualquiera que no esté en la curva (por ejemplo x = 0, y = 1 es un punto que no cumple la inecuación ya que al sustituir se obtiene 1 > 2). Por tanto, la solución es la región que no contiene al punto (0, 1). (Ver figura)

Para resolver la segunda inecuación se despeja *y* realizando las operaciones que siguen:

$$7y-8>4(2y-3) \iff 7y-8>8y-12 \iff -y>-4 \iff y<4$$

Dibujamos y = 4 que es la recta horizontal que pasa por (0, 4) y se considera la región donde se verifica $y<4$, que es el semiplano situado por debajo de la recta y = 4. (Ver figura)

Para resolver la tercera inecuación se despeja *x* operando como sigue:

$$-4(x+2)\le 0 \iff x+2\ge 0 \iff x \ge -2$$

Dibujamos x = -2 que es la recta vertical que pasa por (-2, 0) y se considera la región donde se verifica $x \ge -2$, que es el semiplano situado a la derecha de la recta x = -2 incluida dicha recta. (Ver figura)

La solución del sistema es la intersección de las tres regiones anteriores y se muestra sombreada en el siguiente dibujo: