**1.** Resolver el sistema de inecuaciones $\begin{cases} -x^2+5x-4 \geq 0 \\ 3x^2-4x+8 < 3(x-1)^2 \end{cases}$

**Solución**

Se comienza resolviendo cada inecuación por separado y después se halla la intersección de los conjuntos solución obtenidos.

Para resolver la primera inecuación se factoriza el polinomio $-x^2+5x-4$, para lo que se calculan sus raíces, que son $x=\frac{-5\pm\sqrt{25-16}}{-2}=\frac{-5\pm 3}{-2}=\begin{cases}1\\4\end{cases}$

Así, la inecuación se puede escribir de la forma $-(x-1)(x-4)\geq 0$, es decir, $(x-1)(x-4)\leq 0$.

En la tabla siguiente se especifica el signo de cada uno de los factores que intervienen en la inecuación en los intervalos determinados las raíces del polinomio.

| Signo | (-∞, 1) | (1, 4) | (4, +∞) |
|---|---|---|---|
| $x$ - 1 | - | + | + |
| $x$ - 4 | - | - | + |
| $(x-1)(x-4)$ | + | - | + |

Observar que los extremos de los intervalos, 1 y 4, son solución de la inecuación. Por tanto, la solución de la primera inecuación es $S_1$ = [1, 4].

Para resolver la inecuación $3x^2-4x+8<3(x-1)^2$ se realizan las siguientes operaciones:

$$3x^2-4x+8<3(x-1)^2 \iff 3x^2-4x+8<3x^2-6x+3 \iff 2x<-5 \iff x<-\frac{5}{2}$$

Así, la solución de la segunda inecuación es $S_2=\left(-\infty\ ,\ -\frac{5}{2}\right)$.

Por lo tanto, la solución del sistema de inecuaciones es $S = S_1 \cap S_2 = [1,\ 4] \cap \left(-\infty\ ,\ -\frac{5}{2}\right) = \varnothing$, es decir no tiene solución.