SISTEMAS DE INECUACIONES CON DOS INCÓGNITAS

En el caso de que las inecuaciones que componen el sistema tengan dos incógnitas, la solución es la región del plano obtenida como intersección de las regiones solución de cada una de las inecuaciones.

El estudio de todas las posibilidades puede ser muy complicado por ello en los siguientes ejemplos nos limitaremos a casos sencillos, con dos inecuaciones definidas por polinomios de grado 1 o 2.

De manera análoga se procede con sistemas definidos por otro tipo de inecuaciones (ver ejemplos resueltos).

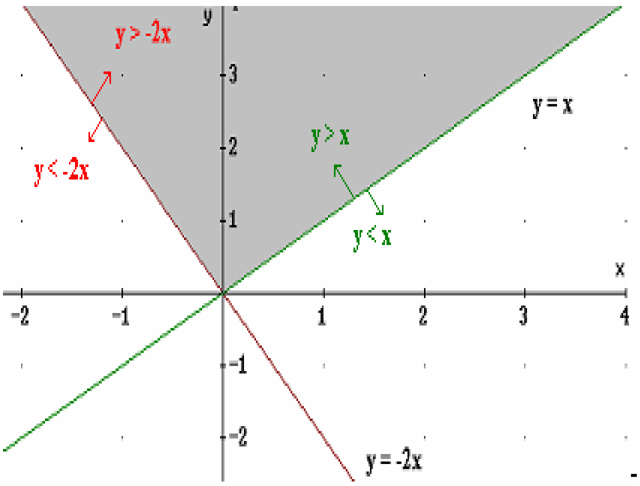
Ejemplo 6: Resolver el sistema de inecuaciones $\begin{cases} 2x + y > 0 \\ x - y > 0 \end{cases}$

En primer lugar, se despeja y de las dos inecuaciones quedando $\begin{cases} y > -2x \\ y < x \end{cases}$

Para representar gráficamente la solución de la primera inecuación dibujamos $y = -2x$ que es la recta que une los puntos (0, 0) y (1, -2) y se considera la región donde se verifica $y > -2x$ para lo cual basta elegir un punto que no esté en la recta y comprobar si verifica o no la inecuación (por ejemplo x = 1, y = 1 es un punto que cumple la inecuación ya que al sustituir se obtiene 1 > -2).

Para representar gráficamente la solución de la segunda inecuación dibujamos $y = x$ que es la recta que une los puntos (0, 0) y (1, 1) y tomamos la región donde se verifica $y < x$ para lo cual basta elegir un punto que no esté en la recta y comprobar si verifica o no la inecuación (por ejemplo x = 2, y = 1 es un punto que cumple la inecuación ya que al sustituir se obtiene 1 < 2).

La solución del sistema es la intersección de las dos regiones que se muestra sombreada en el siguiente dibujo:



Ejemplo 7: Resolver el sistema de inecuaciones $\begin{cases} x^2 - y < 0 \\ 2x - 4 > 0 \end{cases}$.

Para resolverlo despejamos y de la primera inecuación y x de la segunda quedando $\begin{cases} x^2 < y \\ x > 2 \end{cases}$.

Para representar gráficamente la solución de la primera inecuación dibujamos $y = x^2$ que es la parábola de vértice (0, 0) que pasa por los puntos (-1, 1) y (1, 1) y se considera la región donde se verifica $x^2 < y$ para lo cual basta comprobar la desigualdad con un punto cualquiera que no esté en la parábola (por ejemplo x = 0, y = 1 es un punto que cumple la inecuación ya que al sustituir se obtiene 1 > 0).

Para representar gráficamente la solución de la segunda inecuación dibujamos $x = 2$ que es la recta vertical que pasa por (2, 0) y se considera la región donde se verifica $x > 2$.

La solución del sistema es la intersección de las dos regiones que se muestra sombreada en el siguiente dibujo: