5. Resolver los sistemas: **a)** $\begin{cases} x^3 - y = 1 \\ x^2 = z + 2 \\ -5x^2 + 5x = -1 - y - z \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 2xy = 0 \\ x^2 + 2y = 9 \end{cases}$

Solución

a) Para resolver el sistema podemos aplicar cualquiera de los métodos expuestos en la parte teórica, pero dadas las características del sistema comenzaremos despejando y de la primera ecuación y z de la segunda para sustituirlas en la tercera ecuación, quedando así una ecuación con x como única incógnita.

$y = x^3 - 1 \quad , \quad z = x^2 - 2 \quad \Rightarrow \quad -5x^2 + 5x = -1 - x^3 + 1 - x^2 + 2 \quad \Rightarrow \quad x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0$

Factorizando este polinomio queda $(x-1)^2(x-2) = 0$, es decir, $x = 1$, $x = 2$

Sustituyendo estos valores en $y = x^3 - 1$ y en $z = x^2 - 2$ obtenemos:

$x = 1, \quad y = 0, \quad z = -1$

$x = 2, \quad y = 7, \quad z = 2$

Por tanto, las soluciones del sistema son (1, 0, -1) y (2, 7, 2).

b) Para que se verifique la primera ecuación $2xy = 0$, o bien $x = 0$ o bien $y = 0$.

Sustituyendo estos valores en la segunda ecuación queda:

$x = 0 \Rightarrow 2y = 9 \Rightarrow y = \frac{9}{2} \qquad y = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$

Por tanto, las soluciones del sistema son $(0, \frac{9}{2})$, (3, 0) y (-3, 0).