

Método de reducción

Consiste en sustituir una de las ecuaciones del sistema $\begin{cases} f(x, y) = 0 \\ g(x, y) = 0 \end{cases}$ por la ecuación $tf(x, y) + sg(x, y) = 0$ con t, s números reales no nulos. El nuevo sistema obtenido es equivalente al inicial y por ello con igual solución.

Teniendo en cuenta lo anterior, el método de reducción se basa en elegir t y s de forma que la ecuación $tf(x, y) + sg(x, y) = 0$ permita o bien calcular los valores de una de las incógnitas, o bien obtener una relación sencilla entre las dos incógnitas.

Ejemplo 5: Resolver el sistema $\begin{cases} 2x - 5y - 1 = 0 \\ 3x + 2y + 8 = 0 \end{cases}$

Para obtener una ecuación sin la incógnita x se multiplica la primera ecuación por 3, la segunda por -2 y se suman quedando

$$\begin{array}{r} 6x - 15y - 3 = 0 \\ -6x - 4y - 16 = 0 \\ \hline -19y - 19 = 0 \end{array}$$

La nueva ecuación obtenida es $-19y - 19 = 0$ y sustituyendo la segunda ecuación por ella se obtiene el sistema $\begin{cases} 2x - 5y - 1 = 0 \\ -19y - 19 = 0 \end{cases}$ que es equivalente al inicial.

Despejando y de la segunda ecuación obtenemos $y = -1$ y sustituyendo en la primera ecuación queda $2x + 5 - 1 = 0$ y por lo tanto $x = -2$. Luego la solución del sistema es $(-2, -1)$.

Ejemplo 6: Resolver el sistema $\begin{cases} -8x + 8y + x^3 = 0 \\ 8x - 8y + y^3 = 0 \end{cases}$

Para obtener una relación más sencilla entre las incógnitas sumamos las dos ecuaciones quedando $y^3 + x^3 = 0$. El sistema $\begin{cases} -8x + 8y + x^3 = 0 \\ y^3 + x^3 = 0 \end{cases}$ es equivalente al dado y para resolverlo despejamos y^3 de la segunda ecuación obteniéndose $y^3 = -x^3$, y por lo tanto, $y = -x$.

Al sustituir este resultado en la primera ecuación se obtiene $-16x + x^3 = 0$, es decir, $x(-16 + x^2) = 0$.

Al resolver esta ecuación se obtiene $x = 0$ y $(-16 + x^2) = 0$, por lo tanto, $x = 0$, $x = \sqrt{16} = 4$ y $x = -\sqrt{16} = -4$.

Hallando los correspondientes valores de y se obtienen las soluciones del sistema que son $(0, 0)$, $(4, -4)$, $(-4, 4)$.