6. Resolver las inecuaciones: **a)** $e^{2y} < x + 1$ **b)** $\sqrt[3]{x} \leq 1 + y$

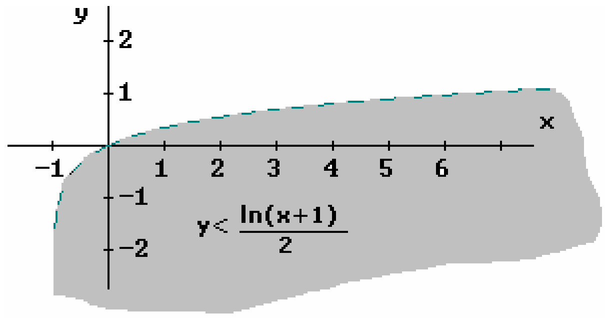
Solución

a) Para poder despejar y, se toman logaritmos neperianos, por ser el logaritmo la función inversa de la exponencial. Teniendo en cuenta, que además la función logarimo es estríctamente creciente se tiene: $e^{2y} < x + 1 \Leftrightarrow \ln e^{2y} < \ln(x + 1) \Leftrightarrow 2y < \ln(x + 1) \Leftrightarrow y< \frac{\ln(x+1)}{2}$.

A continuación se representa la curva definida por la igualdad $y = \frac{\ln(x+1)}{2}$.

Para determinar qué región corresponde a la solución, se elige un punto que no esté en la curva, por ejemplo (0, 1) y se sustituye en la inecuación $y< \frac{\ln(x+1)}{2}$ quedando $1 < 0$. Al ser falsa esta desigualdad, se sigue que los puntos de esta región no son solución de la inecuación.

Por tanto, la solución es la región sombreada en la siguiente figura sin incluir el borde.



b) Para resolver $\sqrt[3]{x} \leq 1 + y$, en primer lugar, se despeja la incógnita y quedando $\sqrt[3]{x} - 1 \leq y$. A continuación se representa la curva definida por la igualdad $y = \sqrt[3]{x} - 1$.

Para determinar qué región corresponde a la solución, se elige un punto que no esté en la curva, por ejemplo (0, 0) y se sustituye en la inecuación quedando $-1 \leq 0$. Al ser verdadera esta desigualdad, se sigue que los puntos de esta región son solución de la inecuación.

Por tanto, la solución es el conjunto de puntos sombreados en la siguiente figura incluídos los de la curva $y = \sqrt[3]{x} - 1$.