Autoras: Gloria Jarne, Esperanza Minguillón, Trinidad Zabal

4. Resolver las inecuaciones: **a)** $2^{1-x^2} \leq \frac{1}{8}$ **b)** $3.10^{x+2} + 13.\ 10^x - 10^{x+3} > 229$

Solución

a) Para resolver esta inecuación, aprovecharemos que $\frac{1}{8}$ se puede escribir como una potencia de 2, así la inecuación queda $2^{1-x^2} \leq 2^{-3}$

Tomando logaritmos en base 2 y teniendo en cuenta que esta función es creciente se tiene:

$$2^{1-x^2} \leq 2^{-3} \Leftrightarrow \log_2 2^{1-x^2} \leq \log_2 2^{-3} \Leftrightarrow 1 - x^2 \leq -3$$

Pasando el segundo miembro al primero queda $4 - x^2 \leq 0$ y factorizando $(2 + x)(2 - x) \leq 0$, inecuación cuyo signo se analiza en la siguiente tabla.

Signo	$(-\infty, -2)$	$(-2, 2)$	$(2, +\infty)$
$2 + x$	-	+	+
$2 - x$	+	+	-
$(2 + x)(2 - x)$	-	+	-

Como la desigualdad no es estricta, los extremos de los intervalos también son solución de la inecuación. Por tanto, la solución es el conjunto $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$.

b) En primer lugar, se saca 10^x factor común en el primer miembro, $10^x\ (3.10^2 + 13 - 10^3) > 229$

Realizando operaciones se obtiene, $10^x\ (-687) > 229$

Dividiendo por -687 cambia el sentido de la desigualdad, ya que es negativo, quedando $10^x < \frac{-1}{3}$

Como, cualquiera que sea el número real x, la expresión 10^x toma valores positivos se deduce que la inecuación no tiene solución.