
4. Resolver la inecuación $\sqrt{1+x} > \sqrt{1-2x}$

Solución

Como, siempre que estén definidos, los dos términos de la inecuación toman valores no negativos, al elevarlos al cuadrado se conserva el signo de la desigualdad, obteniéndose $1+x > 1-2x$ pasando los términos con x al primer miembro y el resto al segundo queda $3x > 0$ y dividiendo por 3 se obtiene $x > 0$

Como se ha elevado al cuadrado la inecuación inicial, es necesario determinar qué soluciones de la inecuación $1+x > 1-2x$ son también soluciones de la inicial.

Para ello hay que tener en cuenta que no se puede calcular la raíz cuadrada de un número negativo, por tanto, se buscan qué soluciones de las obtenidas ($x > 0$) verifican las siguientes inecuaciones

$$1+x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$$

$$1-2x \geq 0 \Leftrightarrow 1 \geq 2x \Leftrightarrow \frac{1}{2} \geq x$$

En consecuencia, la solución es $\left(0, \frac{1}{2}\right]$.