OTROS TIPOS DE INECUACIONES CON UNA INCÓGNITA

Para resolver inecuaciones en las que aparecen raíces, logaritmos, exponenciales ... se puede proceder, en algunos casos, de manera análoga a lo expuesto en los apartados anteriores, teniendo en cuenta propiedades específicas de las funciones que haya en la inecuación.
A continuación, se muestran algunos ejemplos.

Ejemplo 11:

a) Resolver $\sqrt{7 + x - x^2} + 2 \geq x$

Se despeja la raíz quedando $\sqrt{7 + x - x^2} \geq x - 2$

se elevan ambos miembros de la desigualdad al cuadrado $7 + x - x^2 \geq x^2 - 4x + 4$

se pasan todos los términos al segundo miembro de la desigualdad $0 \geq 2x^2 - 5x - 3$

se factoriza el polinomio, obteniéndose $0 \geq (2x + 1)(x - 3)$

se calcula el signo del polinomio estudiando el signo de ambos factores en la siguiente tabla

Signo	$\left(-\infty, \frac{-1}{2}\right)$	$\left(\frac{-1}{2}, 3\right)$	$(3, +\infty)$
$2x + 1$	-	+	+
$x - 3$	-	-	+
$(2x + 1)(x - 3)$	+	-	+

Se observa que los puntos del intervalo $\left(\frac{-1}{2}, 3\right)$ son soluciones de la inecuación $0 \geq (2x + 1)(x - 3)$ y como los extremos del intervalo verifican la desigualdad, se deduce que $\left[\frac{-1}{2}, 3\right]$ es la solución de esta última inecuación.

Como en uno de los pasos se ha elevado al cuadrado es necesario comprobar si el intervalo $\left[\frac{-1}{2}, 3\right]$ también es solución de la inecuación inicial, para ello basta hacer la verificación con un punto del intervalo ya $7 + x - x^2$ no tiene ninguna raíz en dicho polinomio.

Así, sustituyendo x = 0 queda $\sqrt{7 + 0 - 0} + 2 \geq 0$, al ser cierta esta desigualdad se sigue que el intervalo $\left[\frac{-1}{2}, 3\right]$ es la solución de la inecuación inicial.

b) Resolver $\frac{e^x}{e^{3x-2}} < e^{-x}$

Se multiplican ambos miembros por la expresión del denominador, que al ser positiva, da lugar a la inecuación equivalente $e^x < e^{-x} e^{3x-2}$

se realizan operaciones $e^x < e^{2x-2}$

al ser la exponencial estrictamente creciente, la inecuación anterior es equivalente a $x < 2x - 2$

se pasa x al segundo miembro y -2 al primero $2 < x$

Por tanto, la solución de la inecuación inicial es $(2, +\infty)$

c) Resolver $\ln(7x - 13) < 0$

Para eliminar el logaritmo del primer miembro se aplica la función exponencial quedando $e^{\ln(7x-13)} < e^0$ o equivalentemente $7x - 13 < 1$.

Despejando x queda $x < 2$.

Por tanto, la solución de la inecuación inicial es $(-\infty, 2)$.