Autoras: Gloria Jarne, Esperanza Minguillón, Trinidad Zabal

8. Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $\ln(2x^2-2) - 2\ln(x-1) = 0$ **b)** $2^{x+2} - 2^{x+1} + 2^x = \frac{3}{4}$

Solución

a) Teniendo en cuenta las propiedades de los logaritmos, la ecuación dada es equivalente a la ecuación $\ln(2x^2-2) = \ln(x-1)^2$.

Al ser la función logaritmo inyectiva, se obtiene la ecuación polinómica equivalente $2x^2 - 2 = (x-1)^2$.

Realizando operaciones, queda

$$2x^2 - 2 = x^2 - 2x + 1 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + 2x - 3 = 0$$

Las soluciones de la ecuación polinómica obtenida son $x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4.1.(-3)}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2} = \begin{cases} 1 \\ -3 \end{cases}$

Los logaritmos de la ecuación inicial, $\ln(2x^2-2) - 2\ln(x-1) = 0$, no están definidos para ninguno de estos valores de x, en consecuencia, se deduce que dicha ecuación no tiene solución.

b) Sacando factor común 2^x en el primer miembro de la ecuación, ésta se puede escribir de la forma, $2^x(2^2-2+1) = \frac{3}{4}$, es decir, $2^x.3 = \frac{3}{4}$.

Despejando 2^x queda, $2^x = \frac{1}{4} = 2^{-2}$.

Teniendo en cuenta que las funciones exponenciales son inyectivas, se obtiene $x = -2$.

Por tanto, la solución de la ecuación dada es $x = -2$.