Autoras: Gloria Jarne, Esperanza Minguillón, Trinidad Zabal

6. Resolver las siguientes ecuaciones: **a)** $5^{1+x} = 25^{x^2}$ **b)** $3^x + 3^{x+1} = 4$ **c)** $2^{1-x^2} = \frac{1}{16}$

Solución

a) Aplicando propiedades de las potencias se tiene:

$$5^{1+x} = 25^{x^2} \Leftrightarrow 5^{1+x} = \left(5^2\right)^{x^2} \Leftrightarrow 5^{1+x} = 5^{2x^2}$$

Para que dos potencias de la misma base sean iguales se ha de cumplir que los exponentes también sean iguales, así

$$1+x = 2x^2 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \frac{1 \pm 3}{4} = \begin{cases} \frac{4}{4} = 1 \\ \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

Por tanto, $x = 1$ y $x = \frac{-1}{2}$ son las soluciones.

b) Escribiendo $3^{x+1} = 3.\ 3^x$ la ecuación queda $3^x + 3.3^x = 4$. Sacando 3^x factor común se tiene $3^x(1+3) = 4$, es decir, $3^x = 1$.
Por tanto, $x = 0$ es la solución de la ecuación.

c) Procediendo de forma similar a la del apartado a) se tiene:

$$2^{1-x^2} = \frac{1}{16} \Leftrightarrow 2^{1-x^2} = \frac{1}{2^4} \Leftrightarrow 2^{1-x^2} = 2^{-4} \Leftrightarrow 1 - x^2 = -4 \Leftrightarrow 5 = x^2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{5}$$

Por tanto, las soluciones son $x = \sqrt{5}$ y $x = -\sqrt{5}$.