

PROPIEDADES DE LAS RAÍCES

1. La raíz de un producto es igual al producto de las raíces (corresponde a la propiedad 4 de potencias)
- $$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

Ejemplo 10: $\sqrt[3]{27000} = \sqrt[3]{27 \cdot 1000} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{1000} = 3 \cdot 10 = 30$

2. La raíz de un cociente es igual al cociente de las raíces (corresponde a la propiedad 5 de potencias)
- $$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Ejemplo 11: $\sqrt[3]{\frac{8}{125}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{2}{5}$

3. Al dividir el índice de la raíz y el exponente del radicando por un mismo número el valor de la raíz no varía.
- $$\sqrt[n \cdot m]{a^m} = \sqrt[n]{a}$$

Esta propiedad es útil para sacar factores fuera de una raíz.

Ejemplo 12:

a) $\sqrt[6]{5^{15}} = \sqrt{5^5}$ (se ha dividido el índice y el exponente entre 3)

b) $\sqrt[3]{-343} = \sqrt[3]{(-7)^3} = -7$ (se ha dividido el índice y el exponente entre 3)

c) $\sqrt[5]{3^{16}} = \sqrt[5]{3^{15} \cdot 3} = \sqrt[5]{3^{15}} \cdot \sqrt[5]{3} = 3^3 \sqrt[5]{3}$ (se ha dividido el índice y el exponente entre 5)

Aplicando las anteriores propiedades anteriores, el producto y cociente de raíces se calculan de la siguiente forma:

- Si tienen el mismo índice: $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$ $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

Ejemplo 13: $\sqrt[3]{5} \sqrt[3]{0 \cdot 025} = \sqrt[3]{5 \cdot 0 \cdot 025} = \sqrt[3]{0 \cdot 125} = \sqrt[3]{0 \cdot 5^3} = 0 \cdot 5$ $\frac{\sqrt{200}}{\sqrt{50}} = \sqrt{\frac{200}{50}} = \sqrt{4} = 2$

- Si tienen distinto índice, es necesario conseguir que tengan el mismo. Para ello, previamente se halla el mínimo común múltiplo de los índices y se consigue que todas las raíces tengan ese índice aplicando la propiedad 3 escrita de la forma $\sqrt[n]{a} = \sqrt[n \cdot m]{a^m}$

Ejemplo 14:

a) $\sqrt[6]{5} \sqrt[4]{125}$

En primer lugar, se ha de conseguir un índice común para ambas raíces. Este será el m.c.m.(6, 4) = 12. Aplicando la propiedad 3, se tiene $\sqrt[6]{5} = \sqrt[12]{5^2}$ y $\sqrt[4]{125} = \sqrt[12]{125^3} = \sqrt[12]{5^9}$.

Por tanto, $\sqrt[6]{5} \sqrt[4]{125} = \sqrt[12]{5^2} \sqrt[12]{125^3} = \sqrt[12]{5^2 \cdot 125^3} = \sqrt[12]{5^2 \cdot (5^3)^3} = \sqrt[12]{5^2 \cdot 5^9} = \sqrt[12]{5^{11}}$

b) $\frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[4]{14}}$

Como $\text{m.c.m.}(6, 3) = 6$, se tiene $\frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[6]{14}} = \frac{\sqrt[3]{7^2}}{\sqrt[6]{14}} = \sqrt[6]{\frac{49}{14}} = \sqrt[6]{\frac{7}{2}}$