PROPIEDADES

1. $\log_a a = 1$

Ejemplo 2: $\log_3 3 = 1$, $\log_{10} 10 = 1$, $\ln e = 1$.

2. $\log_a 1 = 0$

Ejemplo 3: $\log_6 1 = 0$, $\log_{10} 1 = 0$, $\ln 1 = 0$.

3. $\log_a a^b = b$

Ejemplo 4: $\log_5 5^2 = 2$, $\log_{10} 100 = \log_{10} 10^2 = 2$, $\log_{10} 0.001 = \log_{10} 10^{-3} = -3$, $\ln \frac{1}{e^2} = \ln e^{-2} = -2$.

4. $a^{\log_a b} = b$

Ejemplo 5: $7^{\log_7 25} = 25$, $10^{\log_{10} 9} = 9$, $e^{\ln 2^5} = 2^5$.

5. El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos, $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$

Ejemplo 6: $\log_3 (9x) = \log_3 9 + \log_3 x = \log_3 3^2 + \log_3 x = 2 + \log_3 x$

6. El logaritmo de un cociente es igual a la diferencia de los logaritmos, $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$

Ejemplo 7: $\log_3 \frac{27}{x} = \log_3 27 - \log_3 x = \log_3 3^3 - \log_3 x = 3 - \log_3 x$

7. El logaritmo de una potencia es igual al exponente por el logaritmo de la base, $\log_a b^c = c \log_a b$

Ejemplo 8: $\log_2 \sqrt{5x} = \log_2 (5x)^{1/2} = \frac{1}{2} \log_2 5x$

8. $\log_{a'} b = \frac{\log_a b}{\log_a a'}$

Esta fórmula permite escribir cualquier logaritmo en función de logaritmos neperianos, así

$$\log_a b = \frac{\ln b}{\ln a}$$

Ejemplo 9: $\log_7 e^2 = \frac{\ln e^2}{\ln 7} = \frac{2}{\ln 7}$