

6. Realizar las siguientes operaciones:

$$a) \frac{4}{x-y} - \frac{7}{y-x}$$

$$b) \frac{x+y}{2} - \frac{5-x^2}{y-x}$$

$$c) \frac{x-y}{2x} + \frac{5-y}{3-x}$$

$$d) \frac{xy}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}$$

$$e) \frac{4-x}{x^2-3x} - \frac{2x+7}{x^2-6x+9}$$

$$f) \frac{x+3}{2x^2+1} - \frac{5}{1-2x}$$

$$g) \frac{x^2+3x+2}{x(x+2)^3(x+1)} - \frac{1}{x(x+2)(x+5)}$$

### Solución

a) Teniendo en cuenta que los denominadores son opuestos, es decir que  $y-x = -(x-y)$ , se

tiene: 
$$\frac{4}{x-y} - \frac{7}{y-x} = \frac{4}{x-y} + \frac{7}{x-y} = \frac{11}{x-y}$$

$$b) \frac{x+y}{2} - \frac{5-x^2}{y-x} = \frac{(x+y)(y-x)}{2(y-x)} - \frac{2(5-x^2)}{2(y-x)} = \frac{y^2-x^2-10+2x^2}{2(y-x)} = \frac{y^2+x^2-10}{2(y-x)}$$

c) Como m.c.m.  $(2x, 3-x) = 2x(3-x)$  se tiene:

$$\frac{x-y}{2x} + \frac{5-y}{3-x} = \frac{(x-y)(3-x) + 2x(5-y)}{2x(3-x)} = \frac{3x-3y-x^2+xy+10x-2xy}{2x(3-x)} = \frac{-x^2-xy+13x-3y}{2x(3-x)}$$

$$d) \frac{xy}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} = \frac{xy}{\frac{y-x}{xy}} = \frac{x^2y^2}{y-x}$$

e) Factorizando los polinomios de los denominadores se tiene:

$$x^2+3x = x(x+3) \text{ y } x^2+6x+9 = (x+3)^2, \text{ luego m.c.m. } (x^2+3x, x^2+6x+9) = x(x+3)^2$$

$$\begin{aligned} \text{Por tanto, } \frac{4-x}{x^2+3x} - \frac{2x+7}{x^2+6x+9} &= \frac{4-x}{x(x+3)} - \frac{2x+7}{(x+3)^2} = \frac{(4-x)(x+3) - x(2x+7)}{x(x+3)^2} = \\ &= \frac{4x-x^2+12-3x-2x^2-7x}{x(x+3)^2} = \frac{-3x^2-6x+12}{x(x+3)^2} \end{aligned}$$

f) Como el polinomio  $2x^2+1$  no tiene raíces reales, no se puede factorizar, por tanto, m.c.m.  $(2x^2+1, 1-2x) = (2x^2+1)(1-2x)$  y se tiene que

$$\frac{x+3}{2x^2+1} - \frac{5}{1-2x} = \frac{x-2x^2+3-6x-10x^2-5}{(2x^2+1)(1-2x)} = \frac{-12x^2-5x-2}{(2x^2+1)(1-2x)} = \frac{12x^2+5x+2}{(2x^2+1)(2x-1)}$$

g) Antes de realizar la diferencia veamos si alguna de las fracciones se puede simplificar. En la primera fracción, la raíz  $x = -1$  del denominador también lo es del numerador, por tanto, en dicha fracción se podrá simplificar el factor  $x+1$ .

$$\begin{aligned} \frac{x^2+5x+4}{x(x+2)^2(x+1)} - \frac{1}{x(x+2)(x+5)} &= \frac{(x+1)(x+4)}{x(x+2)^2(x+1)} - \frac{1}{x(x+2)(x+5)} = \frac{x+4}{x(x+2)^2} - \frac{1}{x(x+2)(x+5)} = \\ &= \frac{(x+4)(x+5) - (x+2)}{x(x+2)^2(x+5)} = \frac{x^2+9x+20-x-2}{x(x+2)^2(x+5)} = \frac{x^2+8x+18}{x(x+2)^2(x+5)} \end{aligned}$$